

Cv. 11 Harmonická analýza signálov

1. Úvod

Pomocou Fourierových koeficientov vieme rozložiť spojitú periodickú funkciu na 3 časti: jednosmerná zložka, kosínusové a sínusové zložky.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

kde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$$

Integrály vypočítame v symbolickom MATLABe nasledovne: pre výpočet určitého integrálu

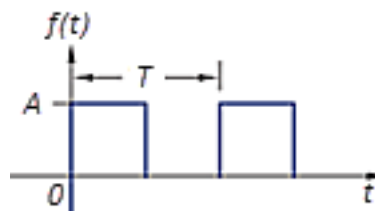
$int_f = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ zadáme:

```
syms x
f = ... % zápis funkcie
int_f = int(f, x, x1, x2)
```

2. Harmonická analýza obdĺžnikového signálu

Úloha pre cvičenie:

Vypočítať a nakresliť frekvenčné spektrum obdĺžnikového signálu:



Výpis programu (Fourier_Obdlznik.m):

```
% Syntéza a analýza neharmonického signálu - obdĺžnikový signál
% w=1, A=1
clc, clear, format compact
syms t a b n
pocetHZ=20 % zadaj počet HZ pre analýzu i pre syntézu

% Výpočet Fourierových koeficientov
a0=1/pi*int(1,t,0,pi);
a0=double(a0);
for n=1:pocetHZ
    a(n)=1/pi*int(cos(n*t),t,0,pi);
    b(n)=1/pi*int(sin(n*t),t,0,pi);
    fi(n)=180/pi*atan2(a(n),b(n));
end
```

```

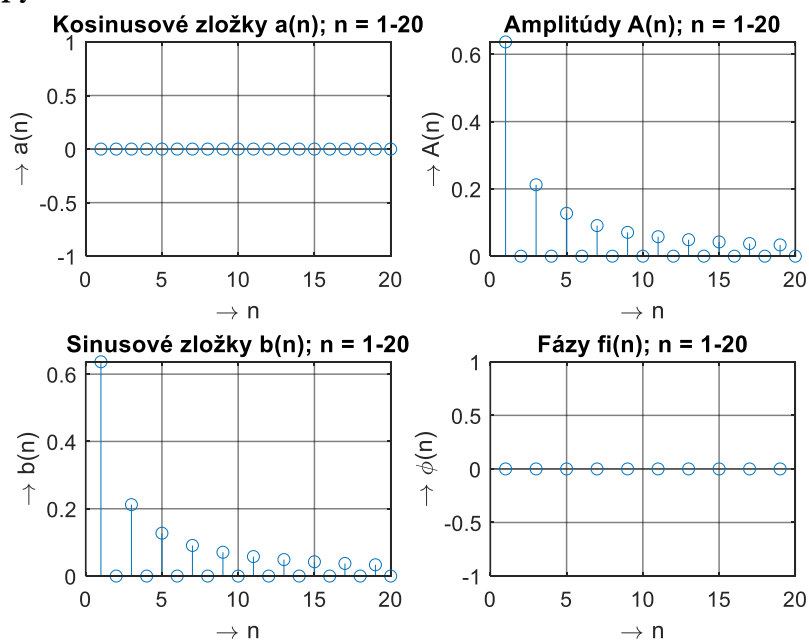
a=double(a);
b=double(b);
A=sqrt(a.^2+b.^2);
fi=double(fi);

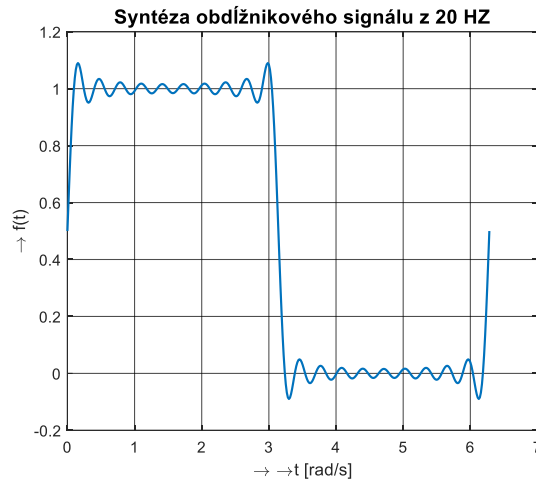
% Grafy - vyššie HZ
figure(1)
subplot(221)
    stem(a), grid on, title ("Kosinusové zložky a(n); n = 1-"+n)
    xlabel('\rightarrow n'), ylabel('\rightarrow a(n)')
subplot(223)
    stem(b), grid on, title ("Sinusové zložky b(n); n = 1-"+n)
    xlabel('\rightarrow n'), ylabel('\rightarrow b(n)')
subplot(222)
    stem(A), grid on, title ("Amplitúdy A(n); n = 1-"+n)
    xlabel('\rightarrow n'), ylabel('\rightarrow A(n)')
subplot(224)
    stem(fi), grid on, title ("Fázy fi(n); n = 1-"+n)
    xlabel('\rightarrow n'), ylabel('\rightarrow \phi(n)')

% Syntéza priebehu f(t)
figure(2)
t=0:pi/200:2*pi; % časový interval
ft=0; % súčtová bunka
for n=1:pocetHZ
    ft=ft+a(n).*cos(n*t)+b(n).*sin(n*t);
end
ft=a0/2+ft; % pripočítanie js zložky
plot(t,ft,'LineWidth',1.5), grid on, title("Syntéza obdĺžnik. signálu z "+pocetHZ+"
HZ")
    xlabel('\rightarrow t [rad/s]'), ylabel('\rightarrow f(t)')

```

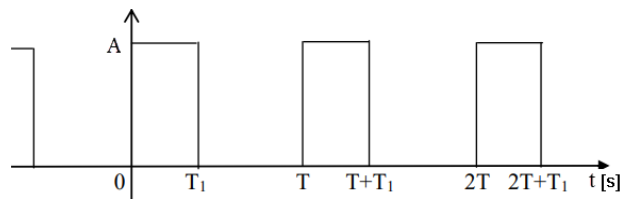
Grafické výstupy





3. Harmonická analýza impulzového signálu

Nakresliť amplitúdové a fázové spektrum impulzového signálu a zistiť vplyv šírky impulzu na priebeh frekvenčného spektra:



Program (Fourier_Impulz.m)

```
% Znázornenie harmonického obsahu impulzového signálu.
% Výpočty podľa analyticky odvodených vzorcov
% Meňte doby trvania impulzu T1 voči T a sledujte obsah vyšších HZ

clc, clear
A=1; T=0.125; T1=T/4; % doba periódy T=0.125 s (f=8 Hz). Impulz T1=T/4
pocet = 18 % pocet zobrazovaných harmonických zložiek

% Výpočet Fourierových koeficientov
a0_2=A*T1/T;
n=1:pocet;
an=A*sin(2*pi*n*T1/T) ./ (n*pi); % an
bn=A*(1-cos(2*pi*n*T1/T)) ./ (n*pi); % bn
fin=atan2(bn,an); % fazy
An=sqrt(an.*an+bn.*bn); % amplitudy
fn=n/T % frekvencia n-tej harmonickej

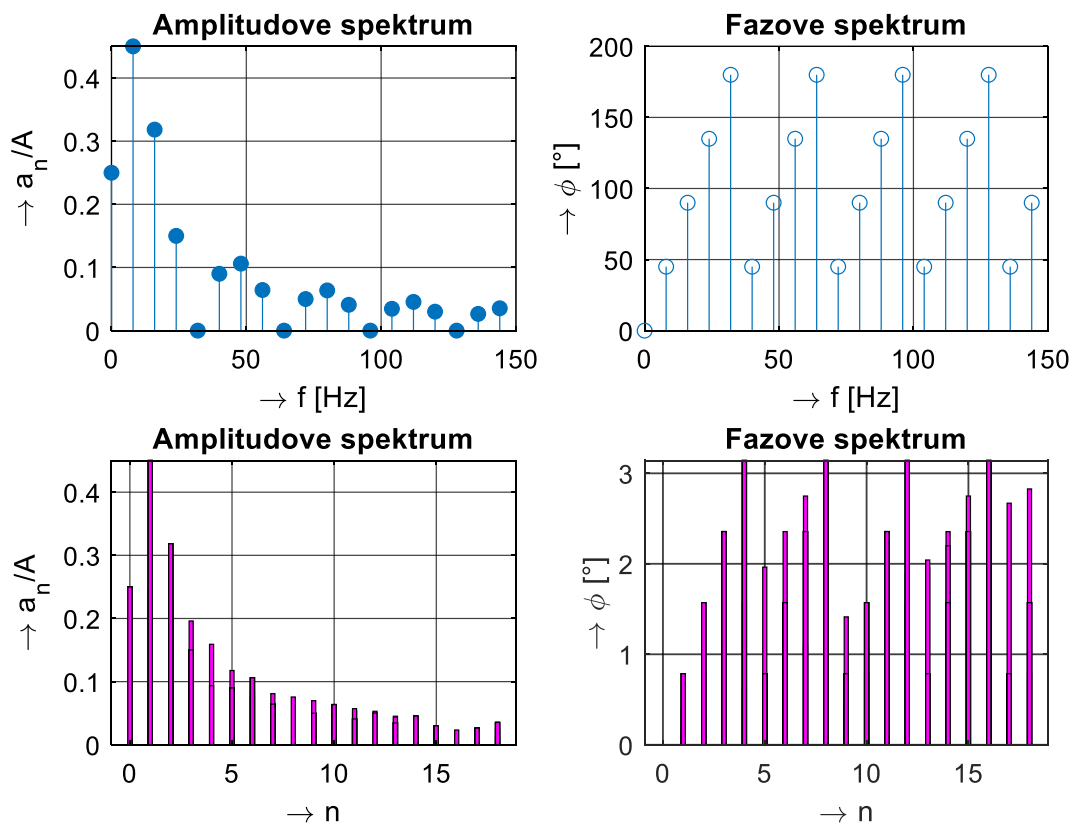
subplot(221) % graf amplitudoveho spektra
stem([0 fn],[a0_2 An], 'filled'), grid
xlabel('\rightarrow f [Hz]')
ylabel('\rightarrow an/A')
title('Amplitudove spektrum')
```

```
subplot(222) % graf fazoveho spektra
stem([0 fn],[0 fin*180/pi]),grid
xlabel('\rightarrow f [Hz]')
ylabel('\rightarrow \phi [^\circ]')
title('Fazove spektrum')
```

```
subplot(223)
bar(n,An,0.2,'m')
hold on, bar(0,a0_2,0.2,'m'),grid
xlabel('\rightarrow n')
ylabel('\rightarrow an/A')
title('Amplitudove spektrum')
```

```
subplot(224)
bar(n,fin,0.2,'m')
hold on, bar(0,0,0.2,'m'),grid
xlabel('\rightarrow n')
ylabel('\rightarrow \phi [^\circ]')
title('Fazove spektrum')
```

Grafický výstup:



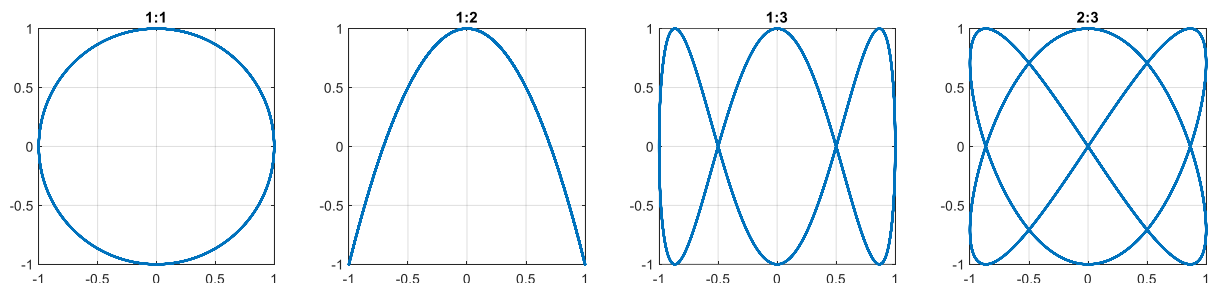
4. Skladanie harmonických signálov rôznej frekvencie

```
% 1) Kreslenie sinus.priebehov rôznej frekvencie (ale násobkov) do dvoch osí  
% (Lissajous, https://en.wikipedia.org/wiki/Lissajous\_curve)  
% 2) Použitie inštrukcie compass
```

```
clc, clear
```

```
% Násobky dvoch frekvencií privedené na os x a y  
% pri nulovom fázovom posune  
t=linspace(0,2*pi,10000);  
figure(1)  
subplot(141)  
    s1 = sin(2*pi*1*t);  
    s2 = sin(2*pi*1*t+pi/2);  
    plot(s1,s2,'LineWidth',1.5), grid on, title('1:1')  
subplot(142)  
    s1 = sin(2*pi*1*t);  
    s2 = sin(2*pi*2*t+pi/2);  
    plot(s1,s2,'LineWidth',1.5), grid on, title('1:2')  
subplot(143)  
    s1 = sin(2*pi*1*t);  
    s2 = sin(2*pi*3*t+pi/2);  
    plot(s1,s2,'LineWidth',1.5), grid on, title('1:3')  
subplot(144)  
    s1 = sin(2*pi*2*t);  
    s2 = sin(2*pi*3*t+pi/2);  
    plot(s1,s2,'LineWidth',1.5), grid on, title('2:3')
```

Grafický výstup:



Odporúčaná literatúra

- [1] Graham S McDonald: Fourier Series,
<https://www.studocu.com/ph/document/samar-state-university/electrical-engineering/fourier-series-tutorial/1502258>
<https://1library.net/document/zle0wdlq-fourier-mcdonald-contained-tutorial-learning-technique-fourier-analysis.html>

Kalkulátory na výpočet Fourier.koeficientov (https://www.basellers.com/?category_id=2700925)

- [2] Fourier Series Calculator
<https://www.symbolab.com/solver/fourier-series-calculator>

[3] Fourier Series Calculator

https://www.mathstools.com/section/main/fourier_series_calculator#.YmLaKdpBzDc

[4] Integral Calculator

<https://calculator-integral.com/>

[5] Fourier Series Calculator

<https://www.easycalculation.com/engineering/mechanical/fourier-series-calculator.php>