

1. MATEMATICKÉ MODELY ČASTÍ KONTINUÁLNYCH LINIEK S PRUŽNOU VÄZBOU ELEKTRICKÝCH POHONOV

1.1 TRANSPORT PÁSU V KONTINUÁLNEJ LINKE

Výrobné zariadenia s kontinuálnym tokom materiálu sa vyznačujú väzbou cez spracovávaný materiál v tvare pásu, vlákna a pod., ktorý na začiatku linky vychádza zo zásobníka (odvíja sa zo zvitku alebo sa vyrobí rôznymi technológiami), vedie sa cez pracovné stroje, kde sa spracováva a na konce sa ukladá do zásoby (zvitku) pre spracovanie v nasledujúcich procesoch. Pri spracovaní sa môže plasticky deformovať, vrstviť, upravuje sa jeho povrch (nanášaním iných látok), prípadne sa mení jeho vnútorná štruktúra (tepelným spracovaním, vysušovaním a pod.), čím materiál získava nové mechanické vlastnosti.

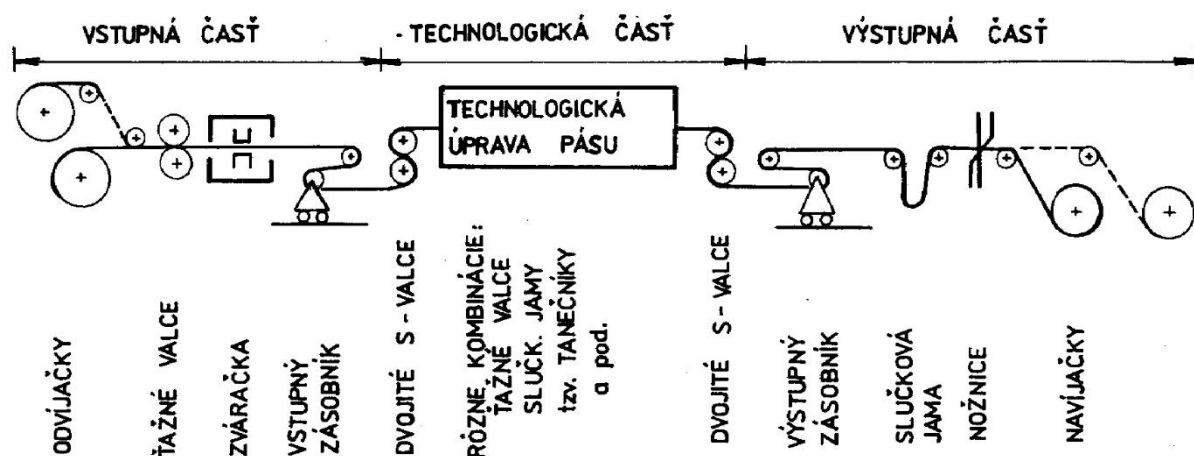
Spracovávaný materiál môže byť homogénny alebo zložený z viacerých rôznych materiálov, môže byť pružný alebo plastický /lineárne alebo nelineárne/. V ďalších úvahách ho budeme idealizovať – považovať za materiál, ktorého priečne rozmery sú zanedbateľné voči dĺžke, takže vystupuje ako jednorozmerný člen. Podobne zanedbáme aj plošnú hmotnosť materiálu a s tým súvisiace dynamické sily pri zrýchlení.

Materiál je kontinuálne vedený cez jednotlivé časti kontinuálnej výrobnéj linky, pričom energia na jeho prenos sa odovzdáva prostredníctvom trenia medzi pásom a podávacími /ťažnými/ valcami. Na druhej strane tým dochádza aj ku spätnému pôsobeniu a ovplyvňovaniu pohonných motorov podávacích valcov prostredníctvom poddajnej mechanickej väzby cez materiál.

Pohony kontinuálnej linky musia byť vybavené takými regulačnými obvodmi, ktoré umožňujú nezávisle regulovať jednotlivé elektrické, mechanické a technologické veličiny tak, aby bola dodržaná daná technológia výroby. Pri návrhu regulátorov pohonného systému kontinuálnej linky vychádza z matematického modelu zostaveného na základe znalostí technológie výroby technologického zariadenia, mechanických vlastností materiálu a vlastností elektrických pohonov.

Keďže existuje mnoho druhov kontinuálnych liniek líšiacich sa od seba nielen rozmiestnením a rôznosťou pracovných strojov, a aj vlastnosťami spracovávaného materiálu, nemožno zostaviť univerzálny matematický model vyjadrujúci vlastnosti pohonnej, mechanickej a technologickej časti linky. Tento model pri riešení liniek skladáme z dielčích častí podsystémov prispôbených pre dané podmienky. Prevažná väčšina kontinuálnych liniek pozostáva z nasledovných častí (obr. 1):

- **Vstupná časť**, pozostávajúca z odvíjacieho zariadenia, z rovnačky, zariadenia na spájanie pásov a zo vstupného zásobníka umožňujúceho plynulý chod konštantnou rýchlosťou stredne j časti linky pri výmene zvitkov.
- **Stredná alebo technologická časť**, v ktorej sa priebežne vykonávajú vlastné technologické operácie na materiáli v tvare pásu.
- **Výstupná časť** pozostávajúca z výstupného zásobníka, deliacej časti (orezávanie okrajov prípadne pozdĺžne delenie pásov) a z navíjacieho zariadenia.



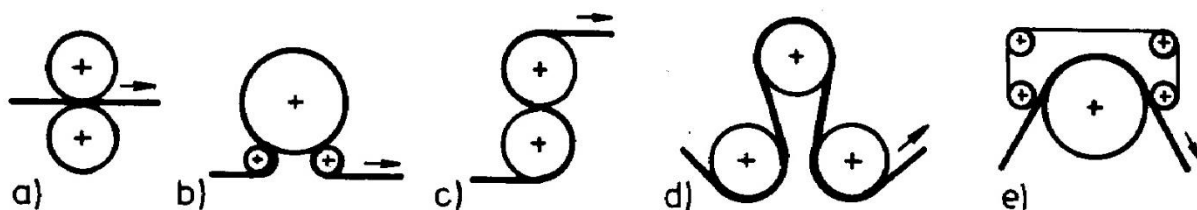
Obr. 1 Kontinuálna upravárenská linka pásových materiálov

Pracovné stroje rozdeľujú celú dĺžku pásu v kontinuálnej linke na dielčie úseky. Potrebná mechanická energia sa na transportné valce privádza z pohonných motorov, ktoré sú vybavené podľa technologických požiadaviek reguláciou momentu, rýchlosti alebo polohy a ktoré sú spracovávaným pásom navzájom mechanicky viazané. Veľkosť sily, ktorú z valcov možno preniesť na pás, je úmerná okrem trenia prítlačnej sile a veľkosti dotykovej plochy. Materiál v tvare pásu môže prenášať len tie sily, ktoré v páse vytvárajú ťahové napätia, napätia v tlaku pás neprenáša.

Pre zostavenie presného modelu väzby transportného systému je potrebné uvažovať s dvoma oblasťami platnosti modelu:

- pri nulovom ťahu, kedy medzi strojmi sa môže vytvárať slučka materiálu,
- pri kladnom ťahovom napätí, kedy transportné valce sú viazané mechanickou väzbou.

V prípade, ak prierez spracovávaného materiálu je dosť veľký /rúry, profily a pod./, materiál môže prenášať aj tlakové sily, avšak len také, aby nedošlo k jeho vybočeniu mimo pracovný priestor. Podľa druhu prítlačku pásu na valce rozoznávame tri základné typy transportných valcov:



Obr. 2 Transportné valce

1. Jednoduché podávacie (ťahné) valce (obr. 2a), kde pre zväčšenie energie prenesene j z motora na pás sú valce pritlačované určitou silou. Takéto usporiadanie sa používa v prípade, ak materiál je tuhý /má veľký ohybový moment/,
2. Valec s ovinutým pásom (obr. 2b), kde pre zväčšenie prenosu energie sa zväčší dotyková plocha medzi pásom a prítlak medzi pásom a valcom je zabezpečený ťahom

v páse. Pri malom koeficiente trenia medzi pásom a materiálom možno použiť tzv. dvojité ťažné valce (S-valce, obr. 2c), prípadne trojité (obr. 2d),

3. Valec s prítlakom pomocou pomocného pásu (obr. 2e), ktorý sa používa v prípade, ak materiál má malú pevnosť (napríklad papier).

Ak pás v úseku medzi dvoma pracovnými strojmi je namáhaný na ťah iba po medzu pružnosti, platí Hookov zákon

$$\varepsilon = \sigma / E \quad (1)$$

kde $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ je pomerné predĺženie materiálu pri namáhaní ťahovým na päťm $\sigma = \frac{F}{S}$

E je modul pružnosti v ťahu [$\text{N/m}^2 = \text{Pa}$].

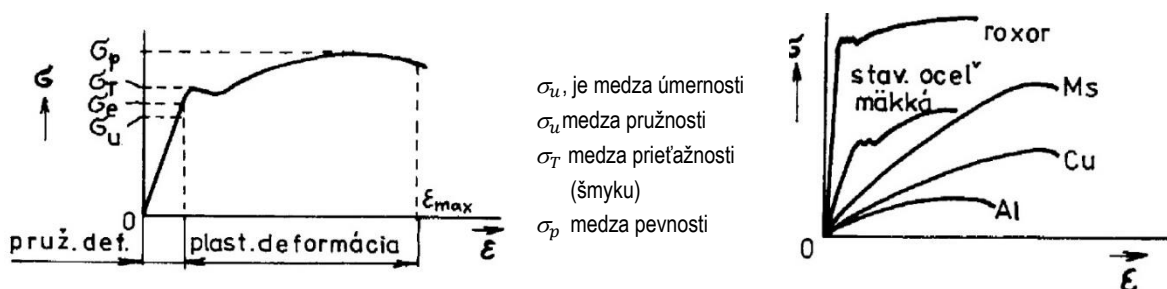
Pri spracovávaní kovových materiálov ťahy v páse dosahujú hodnotu 10-tok až 100-viek MPa ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2$).

Hodnoty modulu pružnosti v ťahu niektorých materiálov sú uvedené v tabuľke 1. Pre úplnosť je tabuľka doplnená orientačnými hodnotami koeficientu trenia medzi kovovým pásom a transportnými valcami,

oceľ na oceli	μ	materiál	E [Pa]
s mazivom	0,04 – 0,05	oceľ	$1,9 - 2,2 \cdot 10^{11}$
nasucho	0,13 – 0,2	meď	$0,8 - 1,1 \cdot 10^{11}$
na koži	0,35 – 0,45	hliník	$0,65 - 0,75 \cdot 10^{11}$
na dreve	0,35 – 0,50	celuloid	$1,8 \cdot 10^9$
na dreve	0,35 – 0,50	kaučuk	$1 \cdot 10^7$

Tab. 1

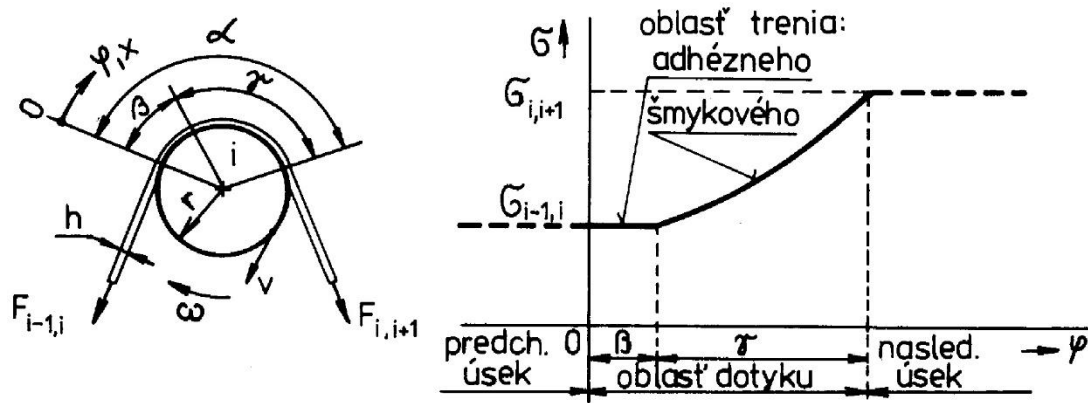
Závislosť ťahového napätia na predĺžení sa vyjadruje ťahovým diagram /tzv. diagram $\sigma - \varepsilon$. Z neho môžeme odčítať niektoré charakteristické parametre spracovávaného materiálu. Priebehy ťahových diagramov niektorých kovových materiálov sú uvedené na obr. 3.



Obr. 3 Ťahové diagramy rôznych materiálov

1.2 VYŠETROVANIE STATICKÝCH VLASTNOSTÍ POHYBUJÚCEHO SA PÁSU

Pri zostavení matematického modelu transportného systému pásu v kontinuálnej linke vychádzame z podrobného vyšetrovania oblasti dotyku pásu s transportným valcom (obr. 4a). Pri dostatočne veľkom pomere r/h ($\ll 1$) môžeme zanedbať ohybové napätie v páse. Na každý element pásu v mieste dotyku pôsobí rovnako veľká radiálna sila dF_N . Rozdiel ťahov $F_{i,i+1} - F_{i,i-1}$ vyvoláva na dotykovej ploche medzi pásom a valcom trecie sily



Obr. 4 Rozdelenie ťahov v oblasti dotyku i -tého transportného valca s pásom v ustálenom stave

sily dF_T pôsobiace v tangenciálnom smere, ktorých súčet je rovný uvedenému rozdielu ťahov. V dôsledku rozdielu ťahových napätí $\sigma_{i,i+1} - \sigma_{i,i-1}$ podľa Hookovho zákona dochádza ku predĺženiu materiálu. V oblasti dotyku sa posunujú jednotlivé elementy hmoty (voči bezťahovému stavu), ale len vtedy, ak je dosiahnutá maximálna hodnota trecej sily podľa vzťahu

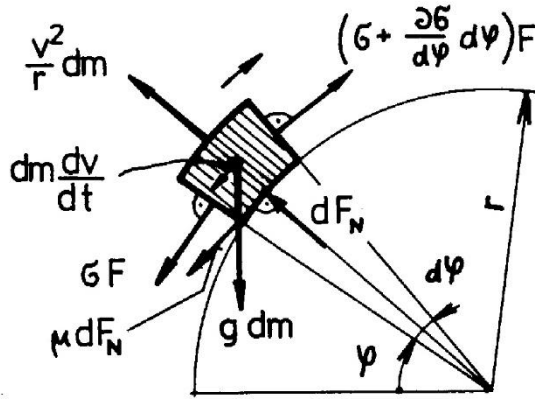
$$dF_T \geq \mu dF_N \quad (2)$$

V ustálenom stave /ak nedochádza k zmene ťahov ani uhlovej rýchlosti valca/, sa celá oblasť dotyku rozdelí na dve časti:

- 1) Oblasť adhézneho trenia ($0 \leq \varphi \leq \beta$), kde v dôsledku trenia nedochádza k posunu elementov pásu voči povrchu valca. Táto oblasť sa vždy nachádza na vstupe transportného valca /v smere pohybu pásu/.
- 2) Oblasť šmykového trenia ($0 \leq \varphi \leq \alpha$), v ktorej sa pás šmýka po povrchu valca. V tejto oblasti dochádza k pružnej deformácii pásu, ktorý sa tým predlžuje a preto translačná rýchlosť pásu nemôže súhlasiť s obvodovou rýchlosťou valcov. Medzi obvodovou a translačnou rýchlosťou preto existuje sklz. Oblasť šmykového trenia sa nachádza na výstupe valca.

Priebeh ťahového napätia v páse pozdĺž oblasti dotyku za predpokladu, že v nasledujúcom úseku je väčší ťah ako v predchádzajúcom, je uvedený na obr. 4b. Keďže podľa rovnice (1) je $\sigma \approx \varepsilon$, z uvedeného diagramu možno odčítat priebeh pomerného predĺženia pozdĺž pásu.

Pri odvodení funkčnej závislosti pomerného predĺženia v oblasti šmykového trenia sa vychádza z rozboru síl pôsobiacich na element hmoty v tangenciálnom a v radiálnom smere (obr. 5), z čoho možno odvodiť pohybovú rovnicu v oblasti šmykového trenia $\sigma = \sigma(\varphi)$; $= v(\varphi)$.



Obr. 5 Sily pôsobiace na element pásu v oblasti šmykového trenia medzi pásom a valcom

(3)

kde $x = r\varphi$ predstavuje transformáciu súradnicového systému,

$c = \sqrt{E/\rho}$ je rýchlosť šírenia zvuku v materiáli,

ρ je hustota materiálu a

v je translačná rýchlosť posunu pásu, pričom $v = v(x)$.

Pre praktické použitie je táto rovnica nevhodná, avšak možno ju značne zjednodušiť za predpokladu, že $c \ll v$, čo platí pre všetky materiály:

$$\frac{\delta \varepsilon}{\delta x} - \frac{\mu}{r} \varepsilon = 0 \quad (4)$$

Táto rovnica platí v oblasti šmykového trenia.

Ak $r \rightarrow \infty$, potom ide o úsek medzi pracovnými strojmi, pričom z rovnice vyplýva:

$$\frac{\delta \varepsilon}{\delta x} = 0 \quad (5)$$

teda v úseku medzi pracovnými strojmi (a tiež v oblasti adhézneho trenia) je konštantné predĺženie materiálu $\varepsilon = \text{konšt.}$

Ďalšou rovnicou, z ktorej vychádzame pri zostavení matematického modelu, je **rovnica kontinuity v diferenciálnom** tvare pre bezrozmerné teleso za aké môžeme pás v prvom priblížení považovať:

$$\frac{\delta \varepsilon}{\delta t} + v \frac{\delta \varepsilon}{\delta x} - (1 + \varepsilon) \frac{\delta v}{\delta x} = 0 \quad (6)$$

ktorá platí ako v oblasti adhézneho, tak aj v oblasti šmykového trenia.

Táto rovnica sa zjednoduší pri stacionárnom pohybe pásu, kedy $\delta \varepsilon / \delta t = 0$, t.j.

$$v \frac{\delta \varepsilon}{\delta x} - (1 + \varepsilon) \frac{\delta v}{\delta x} = 0 \quad (7)$$

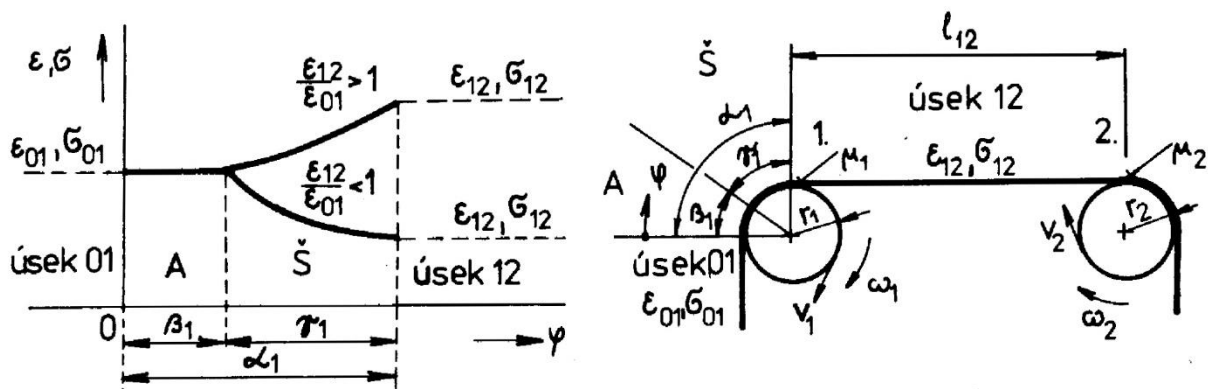
V úseku medzi pracovnými strojmi a v oblasti adhézneho trenia, kde je pomerné predĺženie konštantné, integráciou rovnice (7) pri uvažovaní (5) dostaneme dôležitý vzťah medzi rýchlosťou pásu a pomerným predĺžením:

$$\frac{1 + \varepsilon}{v} = \text{konšt}, \quad (8)$$

Riešením zjednodušenej rovnice (4) v oblasti šmykového trenia pri počiatočnej podmienke $\varepsilon(x_0) = \varepsilon(0)$ je

$$\varepsilon = \varepsilon(0) e^{\frac{\mu}{r}} = \varepsilon(0) e^{\mu(\varphi - \beta)} \quad (9)$$

Priebeh veličiny $\varepsilon = \varepsilon(x)$ v oblasti dotyku je znázornený na obr. 6 vľavo. Taký istý charakter má tiež priebeh ťahového napätia $\sigma = \sigma(x)$. Označenie veličín odpovedá transportnému systému s dvoma valcami podľa obr. 6 vpravo.



Obr. 6 Priebehy charakteristických veličín pásu v oblasti dotyku a v úseku medzi pracovnými strojmi /A - oblasť adhézneho trenia, Š - oblasť šmykového trenia/

Pomer ťahových napätí nasledovného a predchádzajúceho úseku závisí od veľkosti oblasti šmykového trenia

$$\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{01}} = e^{\mu_1 \gamma_1} \quad (10)$$

Pri známom rozdelení ťahových napätí v jednotlivých úsekoch možno na základe tejto rovnice vypočítať veľkosť uhla oblasti šmykového trenia:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\mu_1} \ln \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{01}} \quad (11)$$

na základe známeho uhla opásania α_1 vypočítame aj uhol oblasti adhézneho trenia

$$\beta_1 = \alpha_1 - \gamma_1 \quad (12)$$

Najväčší pomer ťahových napätí bude v prípade, ak oblasť šmykového napätia sa rozšíri na celú oblasť dotyku pásu s valcom

$$\sigma_{12max} = \sigma_{01} e^{\mu_1 \alpha_1} \quad (13)$$

Ak dôjde ku prekročeniu pomeru $\sigma_{12max}/\sigma_{01}$ (pre $\sigma_{12} > \sigma_{01}$) dochádza ku sklzu medzi transportnou rýchlosťou pásu a obvodovou rýchlosťou valca pozdĺž celej oblasti dotyku, čím sa valec opotrebováva a súčasne sa poškodzuje povrch pásu. Uvedený matematický model v tomto prípade stráca platnosť.

Rýchlosť pásu v oblasti adhézneho trenia je rovná obvodovej rýchlosti valca.

V oblasti so šmykovým trením dochádza ku preklzavaniu pásu po obode valca, až na výstupe rýchlosť pásu v stacionárnom stave je rovná rýchlosti pásu v úseku. Pre nastavenie veľkosti predĺženia (t.j. pre nastavenie ťahového napätia) je rozhodujúci vzájomný pomer obvodových rýchlostí valcov na koncoch daného úseku:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{r_2 \omega_2}{r_1 \omega_1} \quad (14)$$

Ak zvýšime obvodovú rýchlosť druhého valca, stúpne ťahové napätie σ_{12} , tým aj pomerné predĺženie ε , a zväčší sa oblasť šmykového trenia na prvom valci na úkor zmenšenia oblasti adhézneho trenia.

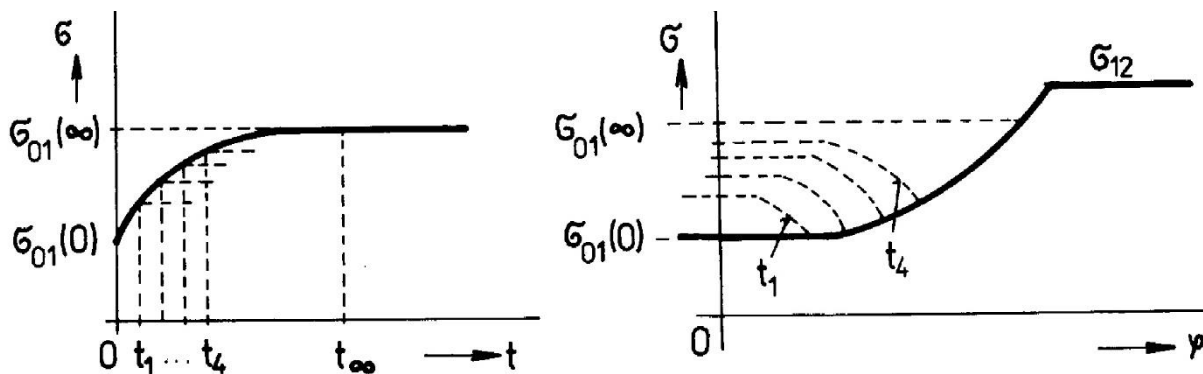
Pri zmene ťahového napätia σ_{01} , na vstupe prvého valca sa táto zmena môže prejaviť až po dobe, za ktorú pás prejde oblasť adhézneho trenia:

$$T_{d1} = \beta_1 / \omega_1 \quad (15)$$

Táto časová konštanta dopravného oneskorenia závisí od veľkosti oblastí adhézneho trenia a kolíše v rozmedzí $0 \leq T_{d1} \leq \alpha_1 / \omega_1$.

Pri zmene uhlovej rýchlosti dochádza ku zmene rozloženia sily a rýchlosti pozdĺž oblasti dotyku. Ku zmene veľkosti oblasti dotyku dochádza tiež pri zmene vstupného alebo výstupného ťahového napätia (obr. 7).

Presné riešenie je matematicky náročné (riešenie nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc) a preto často používame linearizovaný model.



Obr. 7 Zmena oblasti adhézneho a šmykového trenia pri exponenciálnej zmene vstupného ťahu

Pri transportnom člene s prítlačným pásom podľa obr. 2e sú pomery zložitejšie, vo vnútri oblasti dotyku sa však vždy nachádza oblasť adhézneho trenia.

Pri ťahovej navíjačke je pás stále v oblasti adhézneho trenia [3], podobne aj pri ťahovej odvíjačke.

Pri bezťahovej odvíjačke prechádza pás zo zvitku do slučky cez oblasť šmykového trenia.

1.3 DYNAMICKÝ MODEL PRUŽNÉHO PÁSU V TRANSPORTNOM SYSTÉME

Z podrobnejšieho vyšetrovania oblasti dotyku pásu s valcom, vyžadujúceho zložitejšie matematické riešenie podľa [1], Vyplývajú nasledujúce závery:

- 1) **Dynamické vlastnosti pásu** sú nepriamo úmerné jeho transportnej rýchlosti.
- 2) **Dopravné oneskorenie T_d** je rovné dobe, za ktorú prejde pohybujúci sa bod cez oblasť adhézneho trenia - podľa rovnice (15) je to
$$T_{d1} = \beta_1 / \omega_1$$
- 3) **Dynamické vlastnosti pohybujúceho sa pásu** možno nahradiť zotrvačným členom s časovou konštantou T , ktorá pozostáva z dvoch zložiek:

$$T = T_s + T_p \quad (16)$$

- a) časovej konštanty T_s oblasti šmykového trenia, ktorá závisí od koeficientu šmykového trenia μ a od veľkosti oblasti šmykového trenia (uhla γ) a od veľkosti oblasti šmykového trenia (uhla γ):

$$T_s = |1 - e^{\pm \mu \gamma}| \quad (17)$$

kde znamienko v exponente závisí od veľkosti stacionárnych ťahov v príslušných úsekoch:

+ (pre $\sigma_{010} > \sigma_{120}$ - v nasledujúcom úseku je menšie ťahové napätie voči predchádzajúcemu úseku)

- (pre $\sigma_{010} < \sigma_{120}$ - v nasledujúcom úseku je väčšie ťahové napätie voči predchádzajúcemu úseku).

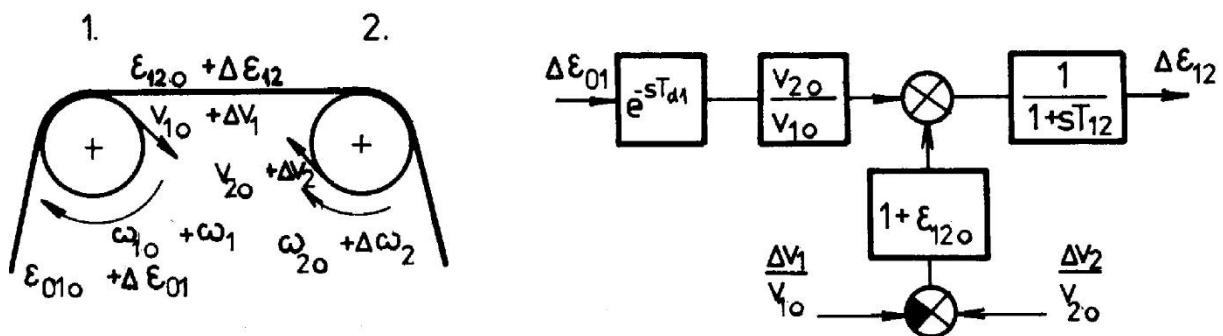
- b) z časovej konštanty pásu v úseku medzi dvoma valcami, rovnaj dobe, za ktorú týmto úsekom prejde sledovaný bod. Podľa obr. 6 je to

$$T_p = \frac{l_{12}}{v_2} = \frac{l_{12}}{r_2 \omega_2} \quad (18)$$

Na základe uvedených vzťahov zostavme model dvojvalcového ťažného systému podľa obr. 10. Keďže je to o nelineárny systém, linearizujeme ho v ustálenom pracovnom bode danom ustáleným ťahom ε_{120} ε_{120} :

$$v_{10} = r_1 \omega_{10} \text{ a } v_{20} = r_2 \omega_{20} \quad (19)$$

Odpovedajúci prírastkový model je na obr. 10.



Obr. 10 Transportný systém s dvoma valcami /a/ a odpovedajúci prírastkový model /b/

Časová konštanta T_{12} pozostáva z dvoch zložiek:

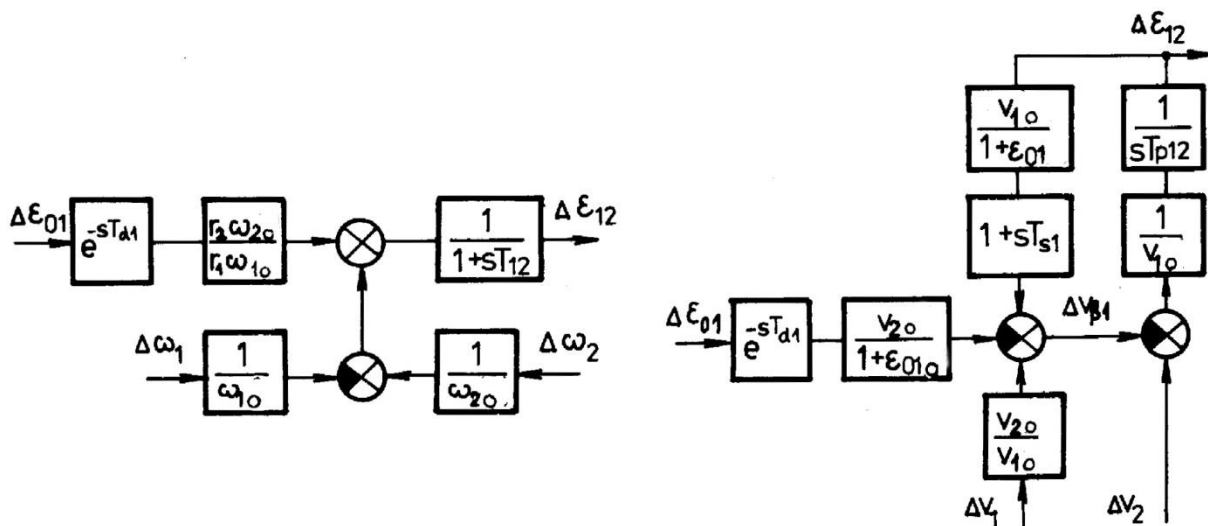
$$T_{12} = T_{s1} + T_{p12} \quad (19)$$

Prenosový člen s prenosom $(1 + \varepsilon_{230})$ vyplýva z rovnice kontinuity (6). Výstupná veličina $\Delta\varepsilon_{120}$ (zmena pomerného predĺženia pásu vystupujúceho z daného úseku) závisí vstupného predĺženia a rozdielu obvodových rýchlostí valcov v úseku (t.j. obvodová rýchlosť nasledujúceho mínus obvodová rýchlosť predchádzajúceho valca).

$$\Delta\varepsilon_{12} = \frac{(1 + \varepsilon_{120}) \cdot \left(\frac{\Delta v_2}{v_{20}} - \frac{\Delta v_1}{v_{10}} \right) + \frac{\Delta v_{20}}{\Delta v_{10}} e^{-sT_{d1}} \cdot \Delta\varepsilon_{01}}{1 + sT_{12}} \quad (21)$$

Ustálené pomerné predĺženie materiálu podľa jeho druhu a technológie výroby sa pohybuje rádovo 10^{-4} až 10^{-2} , takže $\varepsilon_{120} \ll 1$ a pri vyšetrovaní prechodových dejov ho môžeme zanedbať (obr. 11).

$\ll 1$



Obr. 11 Úprava blokovej schémy pre $\varepsilon_{120} \ll 1$ a s rozkreslením oblasti šmykového trenia

Z blokovej schémy vyplývajú dynamické vlastnosti pásu pri zmene vstupného pomerného predĺženia, alebo pri poruche spôsobenej zmenou uhlovej rýchlosti.

Zmeny uhlovej rýchlosti sa na zmene pomerného predĺženia pásu v príľahlom úseku prejavajú 80 zotrvačným charakterom. Pri zmene vstupného predĺženia navyše musíme uvažovať aj dopravné oneskorenie v oblasti šmykového trenia.

Napríklad skoková zmena uhlovej rýchlosti prvého valca $\Delta\omega_1$, vyvolá exponenciálnu zmenu $\Delta\varepsilon_{12}$ a časovou konštantou $T_{12,2}$, ktorú veľkosť závisí od veľkosti oblasti šmykového trenia a vzdialenosti medzi valcami.

V dôsledku zotrvačných hmôt otáčajúcich sa valcov však v skutočnosti nemôže dôjsť ku skokovým zmenám uhlových rýchlostí a skokom sa nemôže meniť ani vstupné predĺženie

Neuvažovanie zotrvačných hmôt valcov, trenie v ložiskách a pod. však umožňuje vyšetriť chovanie sa samotného pásu a jeho fyzikálnych veličín pri transporte pásu v kontinuálnej linke.

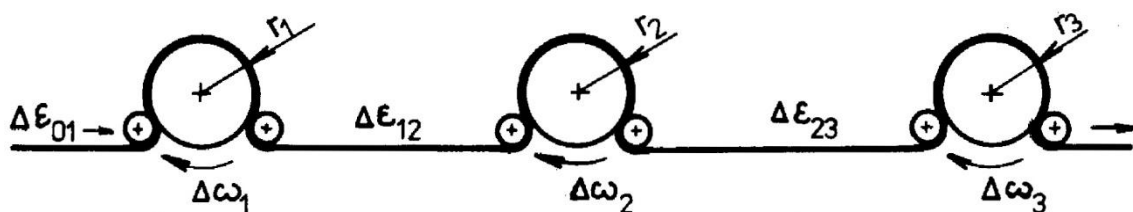
Schému z obr. 10 môžeme pretvoriť pomocou blokovej algebry na tvar podľa obr. 11, čo bližšie odpovedá fyzikálnej skutočnosti: pás v úseku j nahradený integrálnym členom s časovou konštantou T_{p12} pričom na vstupe je rozdiel prírastkov $\Delta v_2 - \Delta v_{\beta 1}$, kde $\Delta v_{\beta 1}$ je prírastok výstupnej rýchlosti oblasti šmykového trenia.

V novom ustálenom stave je $\Delta v_1 = \Delta v_{\beta 1}$. V spätnej väzbe sa nachádza PD člen, ktorého prenos odpovedá chovaniu oblasti šmykového trenia. Veličiny $\Delta \varepsilon_{01}$, a Δv_1 , bezprostredne (bez zotrvačnosti) ovplyvňujú $\Delta v_{\beta 1}$, z čoho vyplýva, že $\Delta v_{\beta 1}$ sa na rozdiel od $\Delta \varepsilon_{12}$ môže meniť skokom.

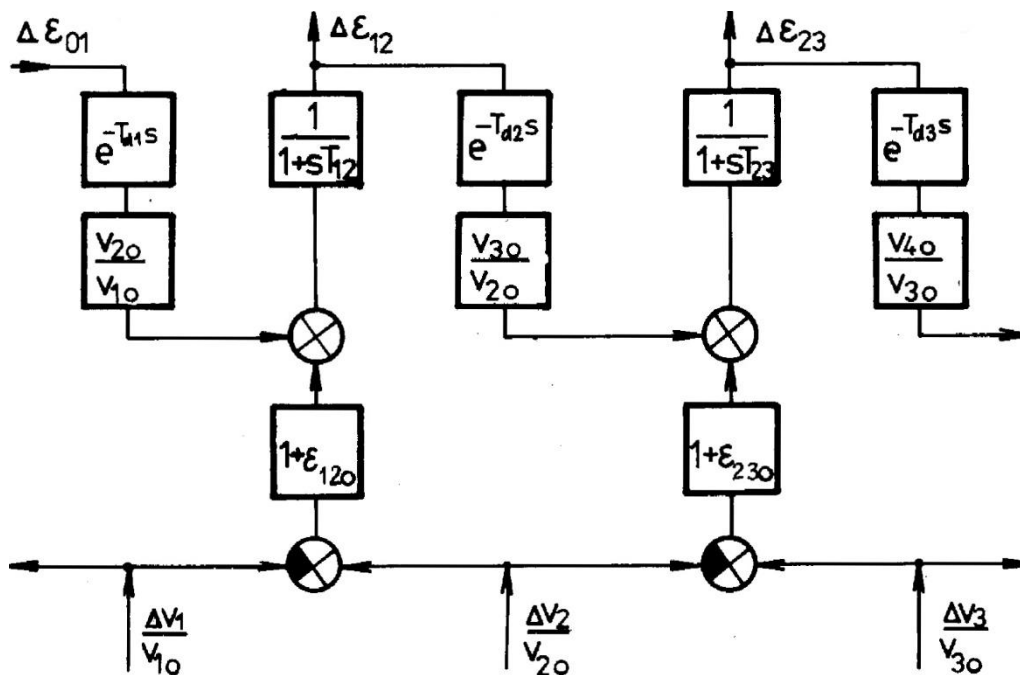
1.4 USTÁLENÝ STAV TRANSPORTNÉHO SYSTÉMU S PRUŽNÝM PÁSAM

Skladaním dielčích modelov časti linky s dvoma pracovnými strojmi podľa podkapitoly 1.3 dostaneme model vyjadrujúci vlastnosti pásu v kontinuálnej linke s pružnou väzbou. Napríklad pre transportný systém s tromi valcami môžeme zostaviť blokovú schému uvedenú na obr. 12.

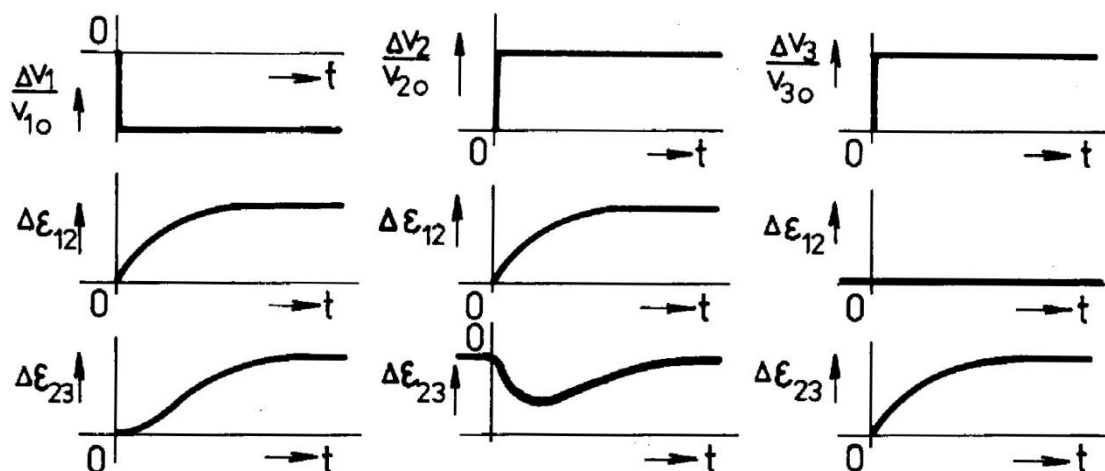
Pre zväčšenie oblasti dotyku sú zvolené valce s opásaním, v dôsledku čoho sa zväčšuje aj veľkosť oblasti adhézneho trenia a tým aj časová konštanta dopravného oneskorenia. Pri ťažných valcoch bez opásania sa oblasť dotyku znižuje na minimálnu mieru a dopravné oneskorenie je zanedbateľné.



Obr. 12 Transportný systém s tromi valcami s opásaním okolo valca v oblasti dotyku



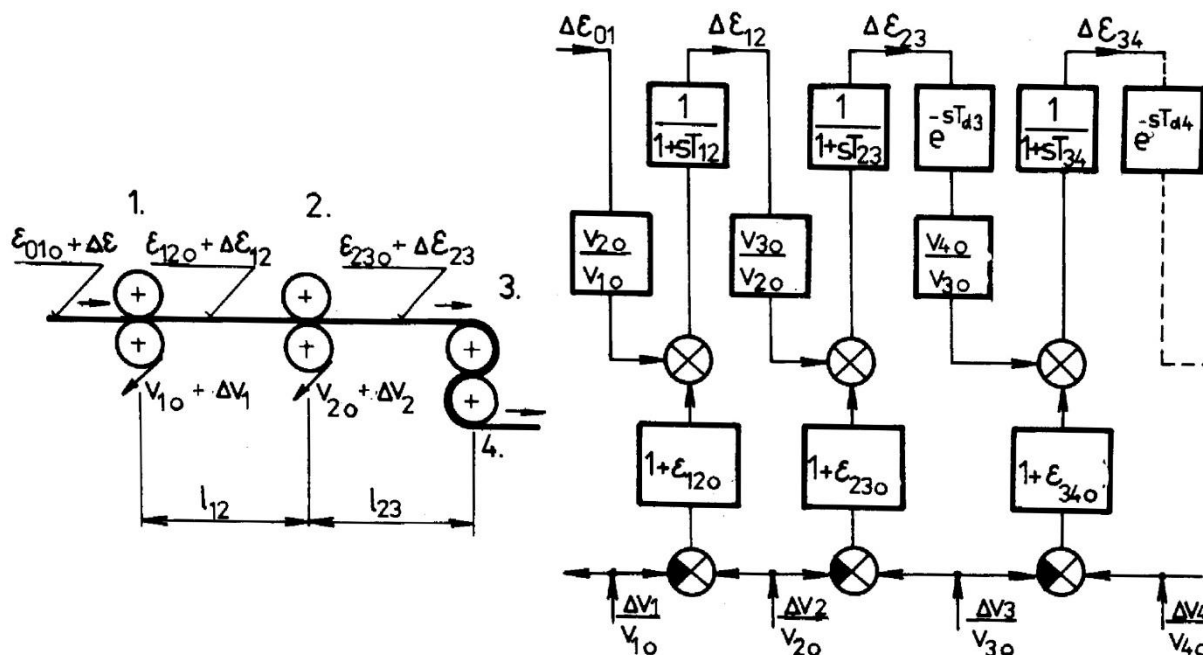
Obr. 12 Bloková schéma systému z obr. 12



Obr. 14 Časové priebehy trojvalcového systému z obr. 12
pri postupnej zmene obvodových rýchlostí jednotlivých valcov

Aby aj pri malom uhle opásania bolo možné energiu potrebnú na vyvedenie ťahu a pohybu preniesť z valca na pás, musí sa podľa rovnice (1) zvýšiť normálová zložka sily na pás, t. j. musí sa zvýšiť vzájomný prítlak valcov pracovného stroja (avšak len do tej miery, aby sa pás nedeformoval). Pri veľkých rozdieloch vstupného a výstupného ťahu treba použiť dvojité ťažné valce (S-valce), pričom každý z valcov je vybavený individuálnym pohonným motorom.

Na obr. 15 je nakreslená uvažovaná časť linky a odpovedajúca linearizovaná bloková schéma.



Obr. 13 Časť kontinuálnej linky s jednoduchými a dvojitými ťažnými valcami
a bloková schéma

V časových konštantách T_{12} a T_{23} možno zanedbať príspevky od časových konštánt šmykového trenia: pri výpočte T_{34} je zanedbateľný príspevok od časovej konštanty pásu $T_{p34} = l_{34}/v_{40}$, pretože vzdialenosť l_{34} medzi 3. a 4. strojom je veľmi malá.

Pružný pás v jednotlivých úsekoch linky medzi pracovnými strojmi je namáhaný na ťah a tým sa v rámci pružnej deformácie dočasne predlžuje. Na základe kontinuity toku materiálu musí každým prierezom linky prejsť za časovú jednotku rovnaké množstvo materiálu. Keďže zmena prierezu je zanedbateľná, úsekom medzi $(i-1)$ -ým a i -ým strojom prejde za čas t dĺžka pásu $l + \Delta l_{i-1,i}$, kde $\Delta l_{i-1,i}$ je absolútne predĺženie materiálu v danom úseku. Z porovnania obvodových rýchlostí i -tého a j -tého valca (pričom medzi nimi sa nesmie nachádzať úsek so slučkou – zásobníkom materiálu) dostaneme vzťah

$$\frac{v_i}{v_j} = \frac{(l + \Delta l_{i-1,i})/t}{(l + \Delta l_{j-1,j})/t} = \frac{1 + (l + \Delta l_{i-1,i})/l}{1 + (l + \Delta l_{j-1,j})/l} = \frac{1 + \varepsilon_{i-1,i}}{1 + \varepsilon_{j-1,j}} \quad (22)$$

pričom uhlové rýchlosti a pomerné predĺženia vo všeobecnosti sú funkciami času $v = v(t)$, $\varepsilon = \varepsilon(t)$.

Z rovnice vyplýva rozdelenie ustálených rýchlostí pri zadanom ťahovom napätí $\sigma = F/S$ a odpovedajúcim pomernom predĺžení $\varepsilon = \sigma/E$:

$$\frac{v_{io}}{1 + \varepsilon_{i-1,i}} = \frac{v_{jo}}{1 + \varepsilon_{j-1,j}} = \text{konšt.} \quad (23)$$

Ak pohony pracovných strojov budú dodržiavať pomer rýchlostí určený rovnicou (23), v páse sa bude udržiavať stanovená hodnota pomerného predĺženia, ťahového napätia a tým aj celkového ťahu v páse.

Uvedeným spôsobom možno previesť reguláciu ťahu v páse na reguláciu rýchlosti. Presnosť udržiavania ťahu v tomto prípade je daná presnosťou regulácie rýchlosti. Pri malých rýchlostiach je vhodnejšie prejsť na polohovú reguláciu a regulovať uhol natočenia valcov.

Ustálené pracovné body, dané obvodovými rýchlosťami valcov a ťahmi v jednotlivých úsekoch, ležia na priamke (obr. 14b). Ak je zadaný prietok materiálu na určitom mieste, potom sú jednoznačne určené vzťahy medzi obvodovými rýchlosťami transportných valcov a predĺžením v úsekoch, teda aj pred daným miestom:

$$\frac{v_1}{1 + \varepsilon_1} = \frac{v_2}{1 + \varepsilon_{12}} = \frac{v_3}{1 + \varepsilon_{23}} = \frac{v_4}{1 + \varepsilon_{34}} = \frac{v_5}{1 + \varepsilon_{45}} = \frac{v_0}{1 + 0} = \text{konšt.} \quad (24)$$

kde v_0 , je rýchlosť pásu v bezťahovom stave ($\varepsilon = 0$).

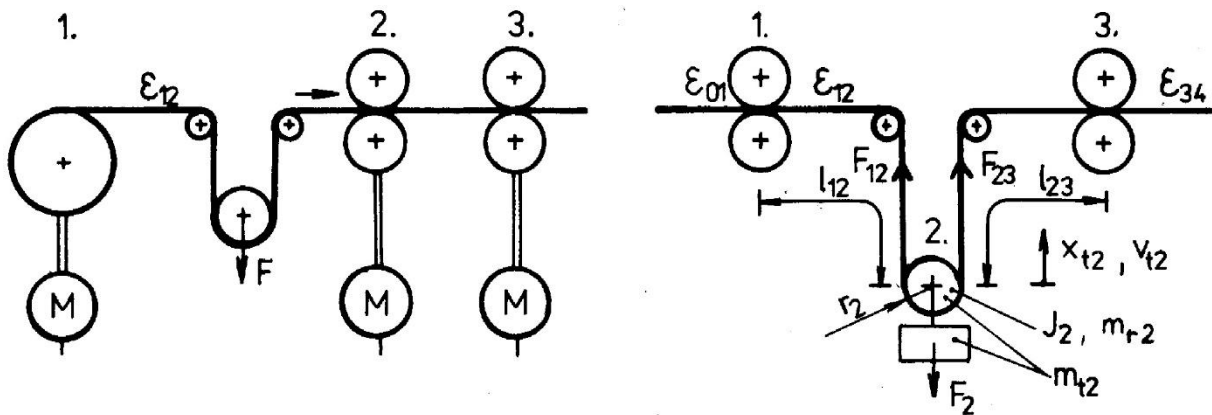
Pomerné predĺženie ε_{45} sa ukladá v navíjanom zvitku ako predĺženie ε_5 . Priamka vyjadrená rovnicou (24) prechádza bodom $\varepsilon = -1$ a jej sklon je určený pracovným bodom rýchlostného člena linky – napríklad (v_2, ε_{12}) .

Zo známeho rozloženia predĺžení v jednotlivých úsekoch na základe Hookovho zákona vyplýva rozdelenie ťahových napätí $\sigma = F/S$ a tým aj ťahov $F = \sigma \cdot S$ v týchto úsekoch. Odpovedajúce body ležia na priamke vychádzajúcej z počiatku (obr. 14).

1.5 MATEMATICKÉ MODELY MECHANICKÝCH PODSYSTÉMOV KONTINUÁLNEJ LINKY

1.5.1 MODEL ČASTI LINKY S NAPÍNACÍM VALCOM

V kontinuálnych upravárenských linkách sa často vyskytujú úseky, v ktorých pás vytvára slučku. Ak sa požaduje, aby aj v tomto úseku bol v páse ťah, potom tento ťah možno vyvodit' pomocou napínacieho valca (obr. 15). Úsekom so slučkou pásu možno vzájomne oddeliť dve časti linky tak, že poruchy v ťahu alebo v rýchlosti v jednej časti linky sa neprenášajú do druhej časti. Polohu napínacieho valca možno ovplyvňovať zmenou rýchlosti predchádzajúcej alebo nasledujúcej časti linky-



Obr. 15 Časť linky s napínacím valcom predchádzajúcej, alebo nasledujúcej časti linky.

Silu, ktorou napínací valec pôsobí na pás, možno vyvodit' viacerými spôsobmi; v najjednoduchšom prípade pomocou závažia pripevneného na valec. Z usporiadania na obr. 15 vyplýva, že ide jedná o trojhmotnostný pružný systém, v ktorom okrem rotujúcich hmôt navyše vystupuje translačne sa pohybujúca hmotnosť prídavného závažia včítane napínacieho valca. Tento mechanický systém možno popísať pohybovými rovnicami [2]:

– pre translačný pohyb

$$F_{12} + F_{23} - F_2 = m_{t2} \frac{dv_{t2}}{dt} \quad (25)$$

– pre rotačný pohyb

$$F_{23}r_2 - F_{12}r_2 = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \quad (26)$$

kde

$$\omega_2 = v_2/r_2$$

Z rovnice (21) pri zanedbaní dopravného oneskorenia v oblasti dotyku ťažných valcov s pásom a pri malých ustálených hodnotách pomerného predĺženia dostaneme vzťah pre operátorový obraz prírastku pomerného predĺženia

$$\Delta\varepsilon_{12} = \frac{\left(\frac{\Delta v_2}{v_{2o}} - \frac{\Delta v_1}{v_{1o}}\right) + \frac{\Delta v_{2o}}{\Delta v_{1o}} e^{-sT_{d1}} \cdot \Delta\varepsilon_{01}}{1 + sT_{12}} \quad (27)$$

V ustálenom stave sú obvodové rýchlosti približne rovnaké (ak zanedbáme zmenu rýchlosti v dôsledku predĺženia pásu, $v_{2o} = v_{1o} = v_o$).

K zmene $\Delta\varepsilon_{01}$ môže tiež dôjsť v dôsledku translačného pohybu valca tanečníka reprezentovaného prírastkom Δv_{t2} . ktorého zmena $\Delta\varepsilon_{12}$ má rovnaký vplyv ako zmena Δv_1 (na druhej strane zvýšenie Δv_2 spôsobí zvýšenie $\Delta\varepsilon_{23}$), t.j.

$$\Delta\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\frac{\Delta v_2}{v_o} - \frac{\Delta v_1}{v_o} - \frac{\Delta v_{t2}}{v_o} + \Delta\varepsilon_{01} \right) \quad (28)$$

Analogickú rovnicu môžeme zapísať pre pomerné predĺženie v úseku

$$\Delta\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left(\frac{\Delta v_3}{v_o} - \frac{\Delta v_2}{v_o} - \frac{\Delta v_{t2}}{v_o} + \Delta\varepsilon_{12} \right) \quad (29)$$

K uvedeným rovniciam pristupujú pohybové rovnice (25) a (26), ktoré vyjadríme v prírastkovom tvare a upravíme pri uvažovaní

$$\Delta\varepsilon_{12} + \Delta\varepsilon_{23} - \frac{\Delta F_2}{SE} = sT_{m2} \Delta v_{t2} \quad (30)$$

$$\Delta\varepsilon_{23} + \Delta\varepsilon_{12} = sT_{J2} \Delta v_2 \quad (31)$$

kde sme zaviedli časové konštanty

$$T_{m2} = \frac{m_{t2} v_o}{SE} \quad T_{J2} = \frac{J_2 v_o}{SE r_2^2} = \frac{m_{r2} I_2^2 v_o}{SE r_2^2} \quad (32)$$

Pričom I_2 je tzv. polomer zotrvačnosti definovaný vzťahom:

$$I_{J2} = \sqrt{\frac{J_2}{m_{r2}}} \quad (33)$$

kde m_{r2} je hmotnosť rotujúcej časti tanečníka.

Polomer zotrvačnosti plného a dutého valca vypočítame podľa vzťahov:

$$I_2 = \frac{r_2^2}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{\sqrt{r_1^2 - r_2^2}}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

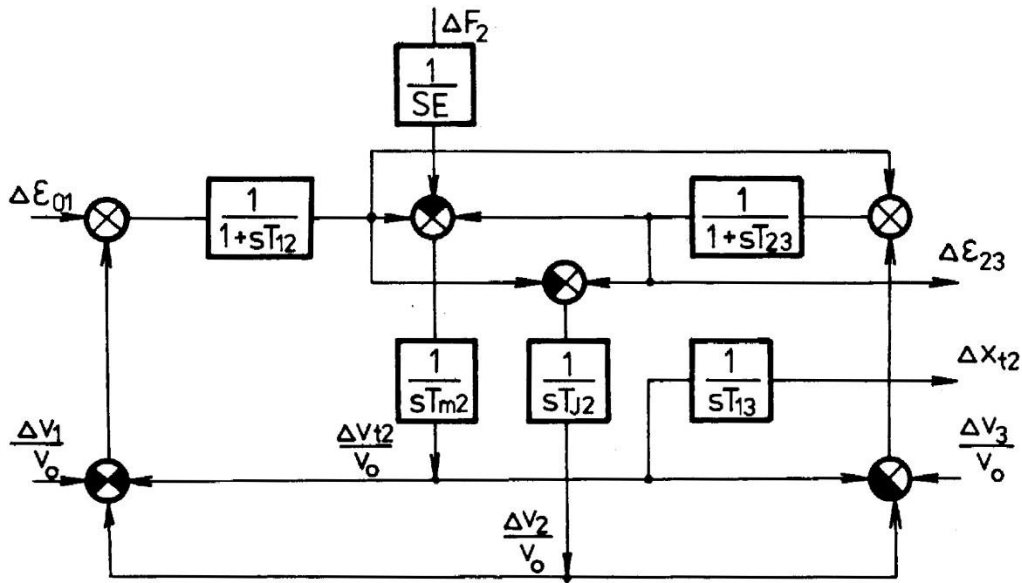
Medzi translačnou dráhou a translačnou rýchlosťou napínacieho valca platí vzťah:

$$\Delta x_{t2} = \frac{1}{s T_{13}} \cdot \Delta v_{t2} \quad (33)$$

pričom časová konštanta je:

$$T_{13} = \frac{l_{12}}{v_o} = \frac{(l_{12} + l_{23})}{v_o} \quad (34)$$

Na základe uvedených vzťahov môžeme nakresliť blokovú schému vyšetrovanej časti linky s tanečníkom (obr. 17), z ktorej možno dovodiť prenosy medzi vstupnými a výstupnými veličinami.



Obr. 17 Bloková schéma časti linky s napínacím valcom

Obr. 17.

Z nich majú zaujímavú vlastnosť dva prenosy:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{12}}{\frac{\Delta v_2}{v_0}} = \frac{s}{a(s)} (T_{m2} - T_{j2})$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_{23}}{\Delta \varepsilon_{01}} = - \frac{\Delta \varepsilon_{23}}{\frac{\Delta v_1}{v_0}} = \frac{s}{a(s)} (T_{m2} - T_{j2} + s T_{m2} T_{j2})$$
(30)

$a(s)$ je charakteristický polynóm systému a je 4. stupňa .

Tieto prenosy sa zjednodušia, ak $T_{m2} = T_{j2}$, čo bude splnené, ak pomer hmotnosti translačne sa pohybujúcej časti ku hmotnosti rotujúcej časti je vo vzťahu:

$$\frac{m_{t2}}{m_{r2}} = \left(\frac{l_2}{r_2} \right)^2$$
(30)

Hovoríme, že napínací valec je plne kompenzovaný a poruchy prejavujúce sa zmenami rýchlosti vstupných výstupných ťažných valcov majú malý vplyv na kolísanie predĺžení na výstupe úseku napínacieho valca.

Pomocou simulácie možno zistiť, že pre zmenšenie vplyvu rýchlosti na amplitúdu kmitov $\Delta \varepsilon_{23max}$ je vhodnejšie voliť $l_{12} < l_{23}$.

Z uvedeného rozboru vyplýva, že správnym návrhom mechanickej časti kontinuálnej linky možno znížiť nepriaznivý vplyv niektorých väzieb ešte pred samotným návrhom regulátorov.