

Pr.0: Úvod do predmetu MEMS

1. Pokyny a informácie

Náplň a obsah predmetu (pôvodný návrh)

- Základné vedomosti o metódach modelovania mechanických dynamických podsystemov.
 - Matematické modely mechanických podsystemov, ich simulácia,
 - Analýza ich dynamických vlastností a vplyv zmeny parametrov na vlastnosti (prechodové deje a ustálený stav).
- Modely základných pohybových podsystemov technologických zariadení a analyzovanie ich vlastností.
- Experimentálne metódy zostavenia modelov systémov.
- Praktické skúsenosti s pokročilými metódami programovania a využívania programu MATLAB.

Všeobecné pokyny a informácie

- Pôvodne: pokračovanie z MSE; problém s tými, čo nenavštevovali MSE
- Presné začiatky vyučovania (podľa možnosti)
- Komunikácia: v subjekte mailov píšete na začiatku skratku predmetu **MEMS – ...** (vlastný subjekt)
- Súvis s ostatnými predmetmi: Programovanie, El. pohony, Reg. pohony

Prednášky

- Celý semester online
- Účasť odporúčaná, pri neúčasti doplniť si informácie čo najskôr
- Vyhodnotenie účasti – 2-3x počas prednášky + info z Webexu
- **Robiť si poznámky!!!**

Cvičenia

- Prezenčnou formou, pokiaľ dovoľí epidemiologická situácia
- Povinná účasť, ospravedlnenia vopred
- Náplň predstavuje precvičenie látky z prednášky v danom týždni z oblasti počítačového spracovania prednášanej látky
- MATLAB 2020, 2021
- Domáce úlohy – pre tých, ktorí preukážu vysokú mieru neznalosti problematiky

Študijné materiály

- Web KEM: <https://www.kem.fei.tuke.sk/> - Predmety: <http://kem.fei.tuke.sk/sk/predmety/>
- Vyhľadávanie na internete: Wiki, Wikipedia, YouTube, SlideShare (kľúčové slová v EN, obrázky)
- Vieť si „katalóg informácií“ evidovať odkazy na články a sťahovať ich

Previerky počas semestra

- Pri prezenčnej forme (cvičenia) sú spravidla 3 písomky po 3-5 otázok z prednášok (odvodenie) a aplikácia poznatkov na praktickom príklade: cca 5. – 8. – 11. týždeň.
- Pri online výučbe (cvičenia) sa veľmi hodnotí (1) účasť na výučbe (prednášky a cvičenia), (2) aktivita, (3) správnosť odpovedí na otázky.

Referát (správa, výpisy programov, GUI) šablóny, obhajoba

- Zadanie budú z oblasti elektrických obvodov (filtre, kmitavé členy) a z mechanických obvodov (pružné členy, modely niektorých zariadení)
 - popis systému (prehľad riešení na webe),
 - odvodenie matematického modelu, výpočet prenosov,
 - simulačný model a jeho simulácia v Simulinku a SimScape),
 - stavový model a jeho overenie,
 - analýza simulačných výsledkov (vplyv zmeny parametrov na dynamiku)
 - zostavenie GUI,
 - záver.
- Vytvoriť dvojčlenné tímy (podľa možnosti) kvôli vzájomnej komunikácii a obsahu zadania – poslať vyučujúcemu mailom **do 22.9.2021**.
- Zadanie v 2. (3.) týždni semestra; Priebežná kontrola na nasledujúcom cvičení. Nespracovanie danej látky do uvedeného času má vplyv na hodnotenie.
- V polovici semestra, spravidla na cvičení bude prezentácia zostavenia matematického modelu a simulácia a analýza výsledkov. K tomu zostaviť a poslať priebežné výsledky (správa vo Worde, PowerPoint, m-súbory v MATLABe) – deň pred plánovanou prezentáciou: k správe a prezentácii bude dodaná
- Elektronickú verziu referátu (správa, GUI a príslušné m-súbory, súbor s prezentáciou) zaslať **do 6.12.2021**. Správa musí byť správna obsahov, štylisticky, gramaticky a formálne správne. Plánovaná obhajoba bude v 12. týždni (online/prezenčne) v rámci prednášky a cvičení.
- Pri zaslaní **do 29.11.2021** možnosť kontroly a posúdenie správnosti riešenia.

Pozn. Dodatočná obhajoba má za následok zhoršenie hodnotenia:

- 2 body/osoba týždeň. Podľa študijných predpisov FEI zápočty musia byť uzavreté do 2 týždňov po skončení semestra.

- Vytlačenú správu doručiť vyučujúcemu najneskôr do 2 týždňov po zápočtovom týždni.

Hodnotenie, zápočet, skúška

- Zápočet – 40 bodov (referát, písomky, účasť, pripravenosť na cvičenie)
- Skúška – 60 bodov:
 - Prezenčnou formou: 3 otázky
 - Online formou“
riešenie zadaného elektrického systému: matematický a simulačný model, stavový model...
+ 2 otázky z prednášok

Používané označenie

1. Používaná symbolika

- Písanie premenných – italics (šikmým) – vid' editor rovníc vo Worde
- Písanie hodnôt veličín $U = 10 \text{ V}$ a nie $U = 10 \text{ V}$, ani nie $U = 10 [\text{V}]$
- Používať zápisy (ako v editore rovníc):
 $y(t)$, y , Y , $Y(s)$, $\underline{y}(s) = \underline{y}(s)$, $\underline{Y}(s) = Y(s)$
 - sporné veľkosti (moment, sila) $M(t)$, $m(t)$, $F(t)$, $f(t)$
 - premenné sa zapisujú šikmým písmom (italics): $R, L, C, i(t), u(t), F(s), \dots$
 - zátvorky a čísla (aj v indexoch) stojatým písmom (normal): $u_2(t)$
- Prenosové funkcie $F(s)$, $G(s)$, $H(s)$, ale napr. $\underline{H}(s)$ – matica prenosových funkcií
- Prvky v čitateli prenosovej funkcie: spravidla b_i v menovateli a_i
- Laplaceov operátor: s , nie S

2. Skratky v predmete MEMS

- AE** – Algebraic Equation (algebraická rovnica)
- DOF** –Degree of Freedom (stupeň voľnosti)
- DR** – diferenciálna rovnica
- GUI** – Graphical User Interface (grafický používateľský interfejs)
- LDS** – Linear Dynamic System (lineárny dynamický systém)
- LFCH** – logaritmická frekvenčná charakteristika
- LT** – Laplaceova transformácia
- ILT** – inverzná Laplaceova transformácia
- LFCH** – (ALFCH, FFLFCH)
- LTi** – Linear Time Invariant (lineárny časovo-invariantný)

MIMO – Multi Input – Multi Output (systém); multi = multiple

SISO – Single Input – Single Output (systém)

ODE – Ordinary Differential Equation – (diferenciálna rovnica)

PrCH – prechodová charakteristika

SS – State Space (stavový priestor)

TF – Transfer Function (prenosová funkcia)

Použitá matematika

Individuálne si zopakovať, resp. doplniť nasledovné znalosti z matematiky:

- Algebra – úpravy zložitých zlomkov, riešenie lineárnych rovníc, odmocniny a pod.
- Riešenie kvadratickej rovnice, výpočet koreňov
- Logaritmy, logaritmická stupnica
- Komplexná premenná, odstránenie komplexného výrazu z menovateľa
- Maticový počet: súčet, násobenie matíc, násobenie matice vektorom

Zostavenie matice zo sústavy lineárnych rovníc

Inverzná matica a jej postup vytvorenia pre matice rozmeru 2x2, 3x3:
transponovaná adjungovaná matica (= matica algebraických doplnkov)

Výpočet determinantu matice rozmeru 2x2, 3x3

Riešenie sústavy lineárnych rovníc Cramerovým pravidlom

- Porovnávanie koeficientov polynómov
- Diferenciálne rovnice

2. Laplaceova transformácia

Matematický popis dynamických systémov – ide o určenie závislosti výstupnej veličiny vyšetrovanej sústavy (systému) v závislosti od zmeny vstupnej veličiny. Ide o časové zmeny, preto hovoríme o dynamike systému. Matematicky sú tieto závislosti opísané pomocou diferenciálnych rovníc.



Hovoríme o modelovaní: – vo frekvenčnej oblasti – vedie na TF
 – v časovej oblasti – stavové modely (SS)
 a o simulácii – simulačné modely

Simulačný model je cieľom procesu modelovania.

Simulácia = overenie vlastností a správnosť simulačného modelu
 – priebeh v časovej a frekvenčnej oblasti

Matematická transformácia = matematická konverzia riešeného problému v jednej oblasti do druhej, umožňujúcej jednoduchšie riešenie problému

Laplaceova transformácia (LT, Pierre-Simon Laplace, 1749-1827) prevedie riešenia z časovej oblasti do frekvenčnej (s-oblasti).

Hlavnou výhodou použitia Laplaceovej transformácie je algebrický charakter rovníc, v ktorých sú hneď na začiatku riešenia zahrnuté počiatočné podmienky.

Definícia LT časovej funkcie $f(t)$ na Laplaceov obraz $F(s)$ je:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Iné transformácie: Fourierova transformácia, z-transformácia, wavelet transformácia

Po vyriešení problému v LT sa získaný matematický model prevedie do časovej oblasti pomocou inverznej (spätnej) Laplaceovej transformácie (ILT), ktorá je definovaná vzťahom :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds$$

Skrátený zápis: **priama LT:** $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ **ILT** $\mathcal{L}[F(s)] = f(t) \cdot 1(t)$
 kde $1(t)$ je jednotková funkcia: $1(t) = 1$ ak $t > 0$ a $1(t) = 0$, ak $t < 0$

Potom **derivácia** $\mathcal{L}\left[\frac{d...}{dt}\right] = s$ **integrál** $\mathcal{L}\left[\int ... dt\right] = \frac{1}{s}$

Pri uvažovaní počiatočných podmienok (v diferenciálnych rovniciach) pre premennú $y(t)$:

- **LT prvej derivácie** je:

$$\mathcal{L}\left[\frac{dy(t)}{dt}\right] = sY(s) - y(0^-)$$

kde $y(0^-)$ je počiatočná podmienka v čase $t = 0$ (zľava)

- **LT derivácie** zohľadňuje počiatočné podmienky:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right] = s^2 Y(s) - s y(0^-) - y'(0^-)$$

kde $y'(0)$ je hodnota prvej derivácie v čase $t = 0$

Ďalej platí $y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s)$ – ustálená hodnota premennej $y(t)$ pre $t \rightarrow \infty$

$y(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s Y(s)$ – počiatočná hodnota premennej $y(0^+)$

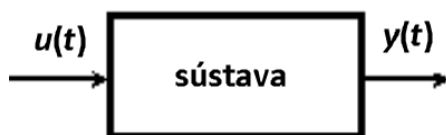
Tabuľka Laplaceovej transformácie najdôležitejších časových funkcií:

Časová funkcia	Laplaceov obraz
$1(t)$ - (jednotkový skok)	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

Vzťahy pre ILT možno vyhľadať na internete, ale nebudeme sa tým zaoberať, keďže v predmete MSE sa zaoberáme analýzou časových priebehov získaných simuláciou a nie problematikou vytvorenia ich matematického popisu z Laplaceovho obrazu (v prípade potreby možno využiť funkciu `ilaplace` v symbolickom toolboxe).

3. Prenosová funkcia

Nech systém so vstupným signálom $u(t)$ a výstupným signálom $y(t)$ podľa obrázka



je opísaný diferenciálnou rovnicou tretieho rádu s pravou stranou, kde na pravej strane je derivácia druhého rádu :

$$a_3 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t)$$

Pri nulových počiatočných podmienkach prepíšeme rovnicu pomocou LT (polynóm operátora s):

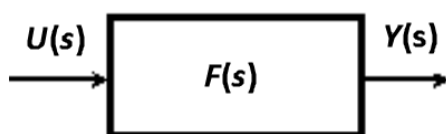
$$a_3 s^3 Y(s) + a_2 s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_2 s^2 U(s) + b_1 s U(s) + b_0 U(s)$$

a tak v ďalšom riešime pôvodnú diferenciálnu rovnicu ako algebraickú rovnicu. Zlúčime členy:

$$(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_2 s^2 + b_1 s + b_0) U(s)$$

Pomer operátorového obrazu výstupného signálu $Y(s)$ ku vstupnému $U(s)$ dáva prenosovú funkciu (transfer function – TF), skrátene prenos systému:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{b(s)}{a(s)}$$



Prenosová funkcia podstatou predstavuje zvláštny zápis tvoriacej diferenciálnej rovnice pri nulových počiatočných podmienkach – ide o lineárne systémy s konštantnými koeficientmi (**LT**I – Linear Time Invariant). V reálnych fyzikálnych systémoch stupeň polynómu $b(s)$ čitateľa m je menší, resp. nanajvýš rovný stupňu polynómu $a(s)$ menovateľa n , t.j. **$m \leq n$** .

V TF veľkosť jednotlivých koeficientov určuje charakter prechodových dejov:

- **časové vlastnosti:** stabilitu, trvanie prechodového deja pri skoku signálu na vstupe, kmitavosť (frekvenciu a trvanie kmitania), veľkosť prekmitov
- **frekvenčné vlastnosti:** schopnosť prepúšťať či tlmiť určité pásma frekvencií

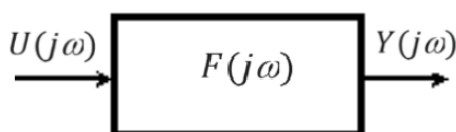
Kedže Laplaceov obraz jednotkového skoku je $U(s) = 1/s$, zosilnenie systému je dané pomerom, absolútnych členov

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) U(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \frac{1}{s} = F(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

S prenosovými funkciami pracujeme vo frekvenčnej oblasti, keďže po dosadení $s = j\omega$ dostávame frekvenčný prenos:

$$F(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_2(j\omega)^2 + b_1j\omega + b_0}{a_3(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1j\omega + a_0} = \frac{b(j\omega)}{a(j\omega)} = \text{Re}[F(\omega)] + j \cdot \text{Im}[F(\omega)]$$

Frekvenčný prenos znázorňuje chovanie sa systému pri rôznych frekvenciách. Systém napájame harmonickým signálom $U(j\omega)$ a sledujeme jeho odozvu $Y(j\omega)$.



Vynesením zložiek komplexnej funkcie do roviny dostávame frekvenčné charakteristiky systému:

- **Nyquistovu** komplexnú frekvenčnú charakteristiku vykreslením bodov¹
 - odpovedajúcim funkcií $\text{Re}[F(\omega)]$ na reálnej (vodorovnej) osi
 - odpovedajúcim funkcií $\text{Im}[F(\omega)]$ na imaginárnej (zvislej) osi
- **Bodeho logaritmické** frekvenčné charakteristiky (LFCH)
 - je to vlastne odozva systému na vstupný signál $u(t) = \sin(\omega t)$ pri premenlivej kruhovej frekvencii ω [rad/s], pričom výstupný signál $u(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ sa zakresľuje do dvoch charakteristík:

¹ Nyquist stability criterion, https://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist_stability_criterion

Nyquist 1 - what is a Nyquist diagram?, <https://www.youtube.com/watch?v=mglvOk9JGKY>,

Nyquist 2 - sketching from gain and phase information, https://www.youtube.com/watch?v=le_BE4pMWg

Amplitúdová logaritmická frekvenčná charakteristika:

$$A_{dB} = A_{dB}(\omega) = 20 \log_{10} |F(j\omega)|$$

Amplitúda A_{dB} sa udáva v decibeloch [dB].

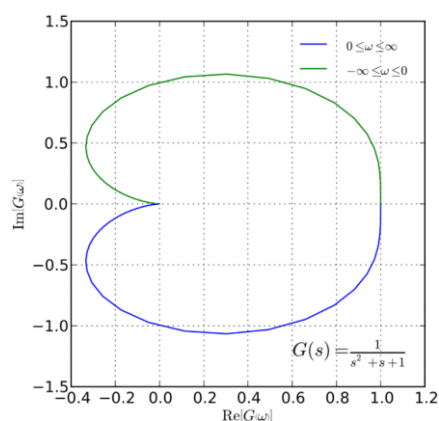
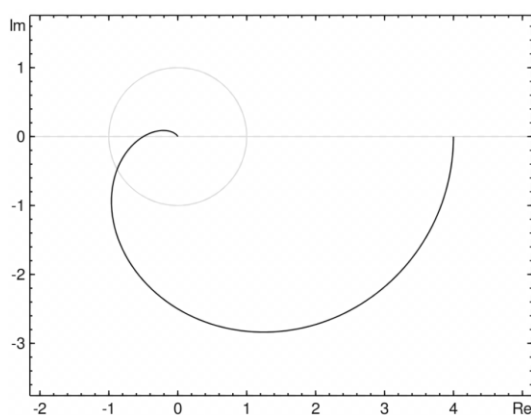
Pokles/nárast o +/- 20 dB predstavuje zmenu zosilnenia: 10x; 0,1x

Zakresľuje sa v logaritmickej mierke kruhovej frekvencie $\log \omega$

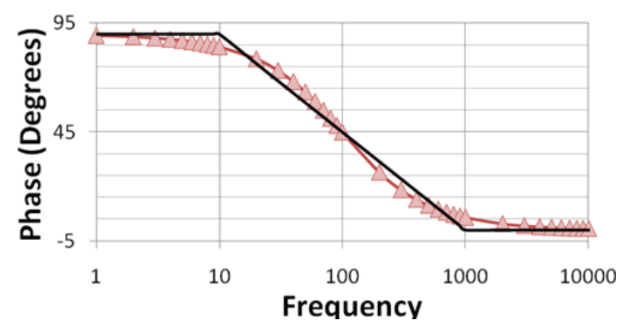
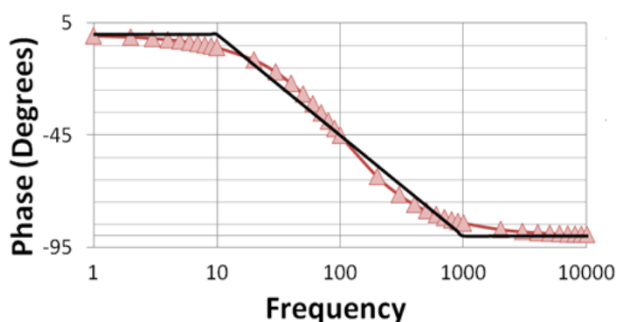
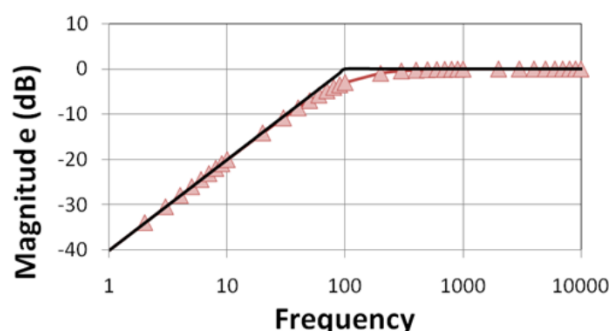
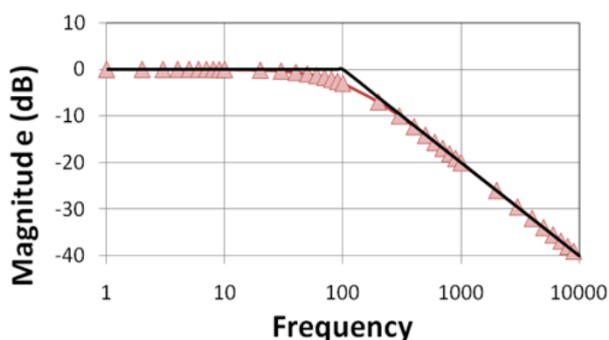
Fázová logaritmická frekvenčná charakteristika:

$$\varphi = \varphi(\omega) = \arg F(j\omega) = \arctg \frac{\operatorname{Im}(\omega)}{\operatorname{Re}(\omega)}$$

Príklady charakteristík



Grafy Nyquistovej komplexnej frekvenčnej charakteristiky (sústava I. a II. rádu)



Dolnopriepustný filter (P sústava I. rádu)

Hornopriepustný filter (D sústava I. rádu)

Príklady Bodeho LFCH s vyznačenými asymptótami