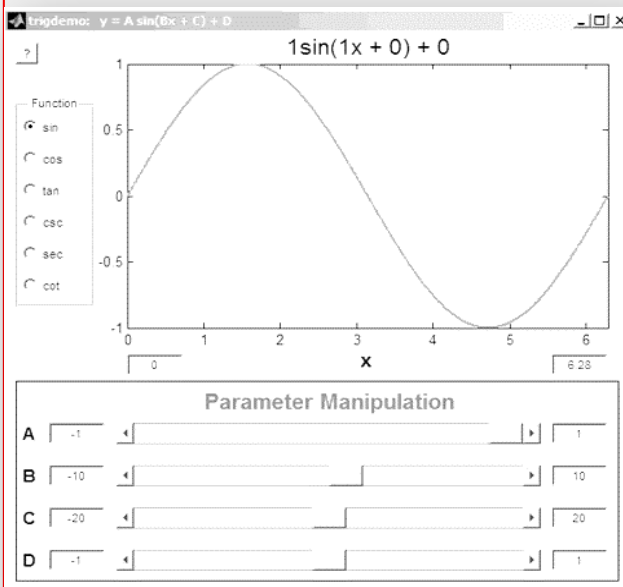


# Počítačové aplikácie

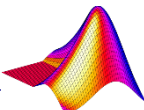
## Pr.2 – Matice v MATLABe



1. roč. AES, LS 2018/19

# Náplň

1. Vytváranie matíc a vektorov
2. Základné operácie s maticami a operácie s nimi
3. Indexovanie prvkov matíc
4. Riešenie sústav lineárnych algebraických rovníc



# 1. Operácie s maticami a vektormi

- Označovanie matíc a vektorov:  $A(m, n)$   $m$  – počet riadkov  
 $n$  – počet stĺpcov

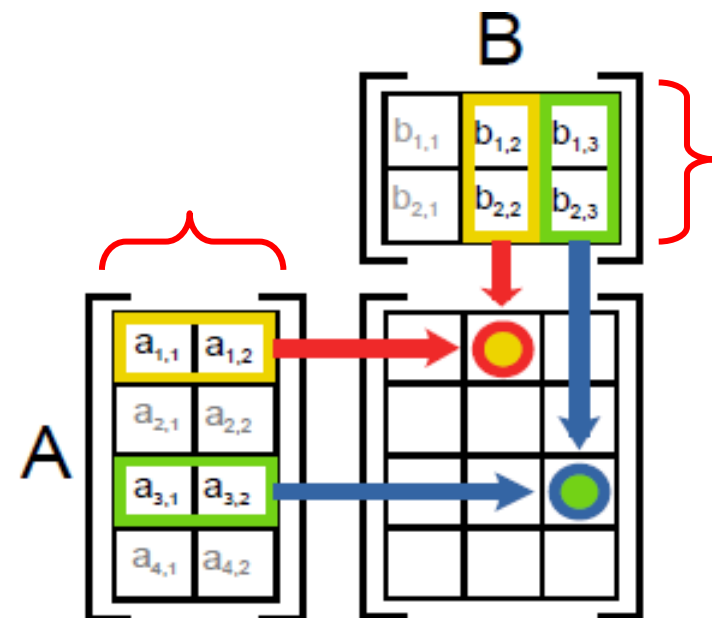
$A(i, j)$  –  $i$  tý riadok,  $j$ -tý stĺpec

$A(2, 3)$

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 |
| 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 |

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
|-----|-----|-----|-----|

|     |
|-----|
| 1,1 |
| 2,1 |
| 3,1 |



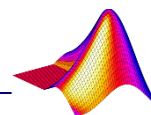
Násobenie matíc:  $A * B$

$$A_{m \times n} * B_{p \times q} = C_{m \times q}$$

iba keď  $n = p$  (vnútorné rozmery)

Výsledná matica má rozmer  $m \times q$  (tzv. vonkajšie rozmery)

Inverzia matice – iba pre štvorcovú maticu:  $A \cdot A^{-1} = I$



# 1. Zadávanie matíc v MATLABe

## 1. Explicitným vymenovaním prvkov

- jednotlivé prvky v riadku sa oddeľujú čiarkou alebo medzerou
- jednotlivé stĺpce sa oddeľujú bodkočiarkou
- všetky prvky matice sú v hranatých zátvorkách

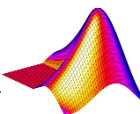
```
A = [16 3 2 13; 5 10 11 8; 9 6 7 12; 4 15 14 1]
```

```
A = [1 , 2 ; sqrt(5), 1+pi]; b = [2-3j 4*pi+2/(1+2i)];
```

```
x = [1,2,3,4,5;6,7,8,9,10]; - neprehľadný zápis, radšej bez ,
```

- Maticu možno zapísať aj nasledovne:

```
A = [16 3 2 13      ENTER
5 10 11 8          ENTER
9 6 7 12           ENTER
4 15 14 1]
```

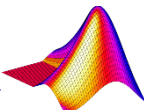


# Zadávanie matíc v MATLABe

## 2. Vygenerovaním vektorov pomocou operátorov MATLABovských funkcií

### a) Vytvorenie riadkového vektora

| Konštrukcia poľa                                     | Popis                                                                                                                  |
|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x = \text{prvy}:\text{posledny}$                    | Vytvorí vektor $x$ začínajúci na <b>prvy</b> , krok je 1, končiaci <b>posledny</b>                                     |
| $x = \text{prvy}:\text{prirastok}:\text{posledny}$   | Vytvorí vektor $x$ začínajúci na <b>prvy</b> , pričíta <b>prirastok</b> , končiaci <b>posledny</b>                     |
| $x = \text{linspace}(\text{prvy},\text{posledny},n)$ | Vytvorí vektor $x$ začínajúci na <b>prvy</b> , končiaci hodnotou <b>posledny</b> , pole obsahuje $n$ prvkov            |
| $x = \text{logspace}(\text{prvy},\text{posledny},n)$ | Vytvorí riadkový vektor $x$ začínajúci na $10^{\text{prvy}}$ , končí $10^{\text{posledny}}$ , pole obsahuje $n$ prvkov |



# Zadávanie matíc v MATLABe

## b) Generovanie obdĺžnikových matíc pomocou funkcií:

`zeros(m,n)` – matica núl:  $A = \text{zeros}(3,4)$

`ones(m,n)` – matica jednotiek:  $B = \text{ones}(4,3)$

`eye(m,n)` – diagonálna jednotková matica:  $C = \text{eye}(4,4)$

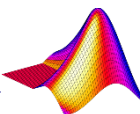
`diag([1 2 3 4 5])` – matica s príslušným vektorom na diagonále

`diag(1:5)` – iný zápis. Porovnaj tiež zápis  $D = \text{diag}(M)$

`rand(m,n)` – matica náhodných čísiel z intervalu (0; 1)  
s rovnomerným rozdelením, interval možno  
zväčšiť násobením, napr.  $10 * \text{rand}(m,n)$

$a + (b - a) * \text{rand}(5,1)$  – stĺpcový vektor náhod.čísiel  $\in (a; b)$

`magic(n)` – magický štvorec (platí pre  $n \geq 3$ ), čísla: 1 až  $n^2$



# Zadávanie matíc v MATLABe

b) Generovanie štvorcových matíc. Pre štvorcovú maticu  $m = n$ , písať: `zeros(n)`, `ones(n)`, `diag(n)`, `rand(n)`, `randn(n)`,

c) Skladanie matíc

$$C = [0 \ 1; \ 3 \ -2; \ 4 \ 2]; \quad x = [8; \ -4; \ 1]; \quad G = [C \ x]$$

$$J = [1:4; \ 5:8; \ 9:12; \ 20 \ 0 \ 5 \ 4]; \quad K = [\text{diag}(1:4) \ J \ J' \ \text{zeros}(4)]$$

Pridanie ďalšieho prvku mimo rozmerov matice spôsobí rozšírenie matice (chýbajúce prvky sa doplnia nulami).

Napr.

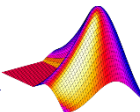
$$A = [1 \ 2; \ 8 \ 9]$$

$$A(3,4) = 5$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 8 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$B = [A \ r]$  pridá vektor  $r$  do matice  $A$  – rozšíri počet stĺpcov

$B = [A; \ r]$  pridá vektor  $r$  do matice  $A$  – rozšíri počet riadkov



# Zadávanie matíc v MATLABe

d) Možnosti modifikácie matíc – napr.:

$F = 5 * \text{ones}(3,3)$

Ak  $X = \text{rand}(1,5)$  – dáva  $N = 0.6557 \ 0.0357 \ 0.8491 \ 0.9340 \ 0.6787$

$N = 10 * X$  – dáva  $N = 6.5574 \ 0.3571 \ 8.4913 \ 9.3399 \ 6.7874$

$N = \text{fix}(10 * X)$  – dáva  $N = 6 \ 0 \ 8 \ 9 \ 6$

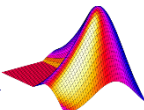
$N = \text{ceil}(10 * X)$  – dáva  $N = 7 \ 1 \ 9 \ 10 \ 7$

$N = \text{round}(10 * X)$  – dáva  $N = 7 \ 0 \ 8 \ 9 \ 7$

**Transponovaná matica:** vytvoríme pomocou apostrofu:  $A'$

- v obdĺžnikovej matici zameníme riadky za stĺpce
- vo štvorcovej matici otočíme okolo hlavnej diagonály

**Pozn:** takto vieme vytvoriť riadkový vektor zo stĺpcového



## 2. Indexovanie prvkov matíc

Vytvorte  $A = \text{magic}(4)$

$A(2:4, 1:2)$  – znamená vytvorenie submatice obsahujúcej prvky  
2. až 4. riadku (2:4) a prvého až druhého stĺpca (1:2)

$A(:, \text{end})$  – posledný stĺpec matice,  $A(\text{end}, :)$  – posledný riadok

$A(3, :)$  – tretí riadok

$A(A > 13)$  – výpis prvkov, splňujúcich dané kritérium

$A(:, [2, 4]) = []$  – vymazanie 2. a 4. stĺpca, nová matica rozmeru 4x2

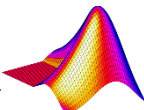
$A(:, [2, 3]) = [1]$  – prvky každého riadku 2. a 3. stĺpca prepíše jednotkami

$A(:, 4:-1:1)$  – prehadzovanie stĺpcov matice

$A(:)$  – výpis všetkých prvkov vo forme stĺpcového vektora

$A > 13$  – na miestach prvkov matice, splňujúcich dané  
kritérium budú v novej matici hodnoty 1

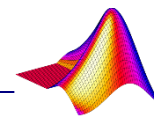
$\text{sum}(A > 13)$  – stĺpce matice, splňujúce podmienku (bude tam 1)



# 3. Operácie s poľami (maticami)

## 1) Klasické maticové operácie

1. Sčítavanie, odčítavanie: rovnaké rozmery matic  
 $A + B$
2. Násobenie matic: počet stĺpcov prvej matice =  
počtu riadkov druhej matice  
 $A * B$
3. „Delenie matic: len symbolicky!, **v matematike neexistuje**  
tu ide o inverziu matice. Inverziu zapisujeme  $\text{inv}(A)$   
 $x = A/B$  porovnaj:  $A \backslash B$  šikmá čiara smeruje k inverzii
4. Umocňovanie matice:  
 $A^b$  – **exponent musí byť skalár**
5. Transpozícia matice (zámena riadkov za stĺpce)  
 $A'$  transponovaná matica porovnaj:  $(A')'$



# 3. Operácie s poľami

## 2) Rozmery matíc a vektorov

help matfun

`[r,s] = size(A)` – rozmery matice (očakávame 2 čísla, preto [ ] vľavo

`b = length (1:6)` – dĺžka vektora

Použitie funkcií `max`, `min`, `sum` pre matice:

`A = magic(4)`

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 12 \\ 4 & 14 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

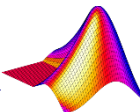
`B = max(A)` dáva `B = 16 14 15 13` – max. prvky v každom stĺpci

`B = max(A')` dáva `B = 16 11 12 15` – max. prvky v každom riadku

podobne platí pre `min`

`C = sum (A)` dáva súčet v každom stĺpci

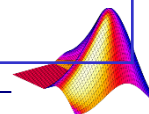
`D = sum(A')` dáva súčet v každom riadku



# Operácie s poľami

## 2. Operácie s vektormi, operácie prvok po prvku

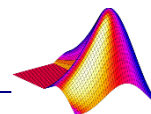
| Operácia                        | Dáta<br>$a=[a_1 \ a_2 \ ... \ a_n]$ , $b=[b_1 \ b_2 \ ... \ b_n]$ , $c$ –skalár                                                    |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Skalárny súčet                  | $a+c=[a_1+c \ a_2+c \ ... \ a_n+c]$                                                                                                |
| Skalárny súčin                  | $a*c=[a_1*c \ a_2*c \ ... \ a_n*c]$                                                                                                |
| Pole – sčítavanie               | $a+b=[a_1+b_1 \ a_2+b_2 \ ... \ a_n+b_n]$                                                                                          |
| Pole – násobenie                | $a.*b=[a_1*b_1 \ a_2*b_2 \ ... \ a_n*b_n]$                                                                                         |
| Pole – delenie zľava,<br>sprava | $a.\backslash b=[a_1\backslash b_1 \ a_2\backslash b_2 \ ... \ a_n\backslash b_n]$ ,<br>$a./b=[a_1/b_1 \ a_2/b_2 \ ... \ a_n/b_n]$ |
| Pole – umocňovanie              | $a.^c=[a_1^c \ a_2^c \ ... \ a_n^c]$<br>$c.^a=[c^a_1 \ c^a_2 \ ... \ c^a_n]$<br>$a.^b=[a_1^b_1 \ a_2^b_2 \ ... \ a_n^b_n]$         |



# Operácie s poľami

## Príklady na operácie typu prvok po prvku

|     |                            |          |                                                                              |
|-----|----------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------|
| ■ * | Násobenie poľí             | $A * B$  | $[3,5] .* [4,8] = [12,40]$                                                   |
| ■ / | Delenie prvkov poľa sprava | $A ./ B$ | $[2,5] ./ [4,8] = [2/4, 5/8]$                                                |
| ■ \ | Delenie prvkov poľa zľava  | $A .\ B$ | $[2,5] .\ [4,8] = [4/2, 8/5]$                                                |
| ■ ^ | Umocnenie poľa na exponent | $A.^B$   | $[3,5] .^ 2 = [9,25]$<br>$2 .^ [3,5] = [8,32]$<br>$[3,5] .^ [2,4] = [9,625]$ |
| +   | Pridanie skalára k poľu    | $A + c$  | $[6,3] + 2 = [8,5]$                                                          |
| -   | Odčítanie skalára od poľa  | $A - c$  | $[8,3] - 5 = [3,-2]$                                                         |
| +   | Sčítanie poľí              | $A + B$  | $[6,5] + [4,8] = [10,13]$                                                    |
| -   | Odčítanie poľí             | $A - B$  | $[6,5] - [4,8] = [2,-3]$                                                     |



# Operácie s poľami

## Operácie prvok po prvku s maticami

$$A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 0]$$

A =

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 0 |

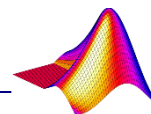
Dostávame rozdielne výsledky:

$A * A =$

|    |    |    |
|----|----|----|
| 30 | 36 | 15 |
| 66 | 81 | 42 |
| 39 | 54 | 69 |

$A .* A =$

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1  | 4  | 9  |
| 16 | 25 | 36 |
| 49 | 64 | 0  |



# 4. Riešenie sústav lineárnych algebraických rovníc

## 1) Riešenie pomocou inverznej matice

$A x = b$       odkiaľ  $x = A^{-1}b$  kde  $x$  – vektor neznámych

`>> x = A \ b`

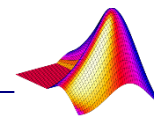
$b$  – vektor pravej strany

alebo `>> x = inv(A)*b`

$x A = b$       odkiaľ  $x = b A^{-1}$

`>> x = b/A`

alebo `>> x = b*inv(A)`



# Linky, doporučená literatura

- **MATLAB® Primer**

[https://www.mathworks.com/help/pdf\\_doc/matlab/getstart.pdf](https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf)

- **Matrices and Arrays**

[https://www.mathworks.com/help/matlab/learn\\_matlab/matrices-and-arrays.html](https://www.mathworks.com/help/matlab/learn_matlab/matrices-and-arrays.html)

- **Array Indexing**

[https://www.mathworks.com/help/matlab/learn\\_matlab/array-indexing.html](https://www.mathworks.com/help/matlab/learn_matlab/array-indexing.html)

- **Workspace Variables**

[https://www.mathworks.com/help/matlab/learn\\_matlab/workspace.html](https://www.mathworks.com/help/matlab/learn_matlab/workspace.html)

