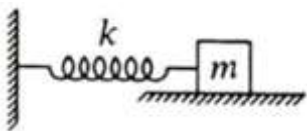
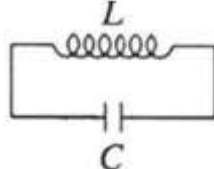


Pr.11 Elektro-mechanická analógia

1. Úvod

Ide o analógiu elektrických a mechanických obvodov. Kritériom analógie je totožnosť matematického riešenia. **Elektromechanickými analógiami nazývame také elektrické a mechanické deje, ktoré majú rovnaké matematické, alebo aj grafické riešenia.** Parametre a premenné elektrického obvodu možno prepočítať na parametre a premenné mechanického obvodu a naopak.¹

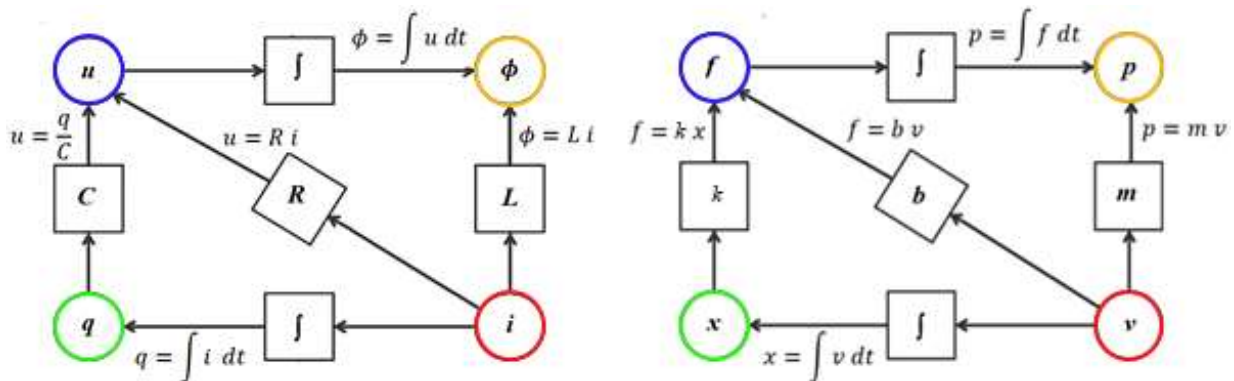
Príklad ekvivalentného systému:

Mechanický oscilátor (napr. aj kyvadlo)  Matematický model: $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ Riešenie – kmitanie na hranici stability: $x(t) = A \cdot \sin \omega_0 t$ Prirodzená frekvencia: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Elektrický oscilačný LC obvod  Matematický model: $L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \cdot dt = 0$ kde dosadíme za elektrický náboj $q = \int i \cdot dt$ $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0$ Prirodzená frekvencia: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Záver: ak $m \approx L$, potom aj $C \approx 1/k$ a naopak.	

Na základe uvedenej analógie možno zostaviť schému mechanického obvodu podobnú schéme elektrického obvodu. **Kirchhoffove zákony v elektrickom obvode zodpovedajú pohybovým rovniciam v mechanickom obvode.**

¹ Electrical Analogies of Mechanical Systems, [Electrical Analogies of Mechanical Systems \(tutorialspoint.com\)](http://tutorialspoint.com)

Vzťahy pre vzájomný prepočet elektrických a odpovedajúcich mechanických veličín:



Vzájomný prepočet elektrických veličín

Vzájomný prepočet mechanických veličín

Rozoznávame dva druhy elektro-mechanickej analógie [5]:

- 1) **sériová analógia (m-L)**, ak rovnice mechanického obvodu zodpovedajú rovniciam platným **pre slučky** v elektrickom obvode.
- 2) **paralelná analógia (m-C)**, ak rovnice mechanického obvodu zodpovedajú rovniciam platným **pre uzly** v elektrickom obvode.

1.1 Sériová analógia (m-L)

Ide tu o **ekvivalenciu II. Kirchhoffovho zákona v slučke** elektrického obvodu s **d'Alambertovým zákonom** pre mechanický obvod.

Medzi prúdom a elektrickým nábojom platí vzťah:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Tabuľka uvádza základné vzťahy pre porovnanie vlastností elektrického a mechanického systému.

Mechanický translačný systém	Sériový elektrický obvod
$f = m \frac{dx^2}{dt^2} = m \frac{dv}{dt}$	$u = L \frac{d^2q}{dt^2} = L \frac{di}{dt}$
$f = m \frac{dv}{dt} + b v$	$u = L \frac{di}{dt} + R i$
$f = m \frac{dv}{dt} + k \int v dt$	$u = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$

Základné pravidlo sériovej analógie je vyjadrené v tabuľke, kde je vyjadrená analógia energie magnetického poľa v indukčnosti a pohybová energia pohybujúceho sa telesa (odtiaľ tiež názov m-L analógia).

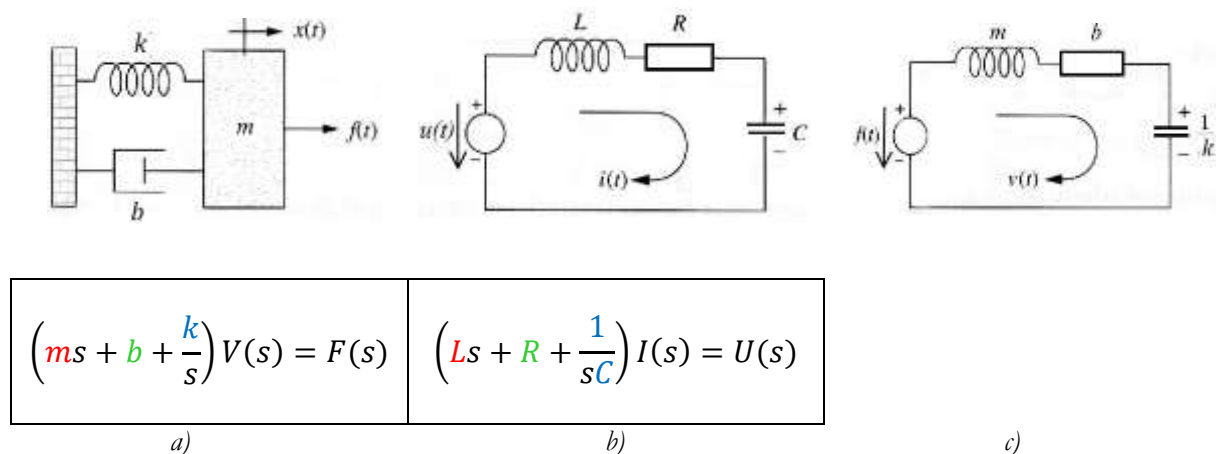
Tabuľka sériovej (m-L) analógie

Sériová analógia (napätie-sila, m-L)	
Elektrický obvod	Mechanický obvod
$\sum_{\text{slučka}} \text{napätí} = 0$	$\sum_{\text{teleso}} \text{síl} = 0$
$\frac{1}{2} Li^2$	$\frac{1}{2} mv^2$

Mechanický obvod (závažie na pružine s tlmičom) je opísaný rovnicou, ktorú upravíme tak, aby miesto dráhy sa v nej vyskytovala rýchlosť $v(t) = dx(t)/dt$, t.j. $V(s) = sX(s)$:

$$(ms^2 + bs + k) X(s) = \frac{(ms^2 + bs + k)}{s} sX(s) = \left(ms + b + \frac{k}{s} \right) V(s) = F(s)$$

Pre slučkové napätie v sériovom RLC obvode môžeme podľa II. Kirchhoffovho zákona napísať rovnicu, ktorú porovnáme s predchádzajúcou:



Obr. 1 Ekvivalentné schémy mechanického a sériového elektrického obvodu (analógia m-L)

Podobne z rovnice pre elektrický obvod môžeme zostaviť ekvivalentnú schému (Obr. 1c), ktorá platí pre mechanický obvod. Prehľad analogických mechanických a elektrických veličín a vzorcov je uvedený v nasledujúcej tabuľke.

Ekvivalentné veličiny **mechanickej a sériovej elektrickej analógie (m-L)**

Mechanická veličina	Elektrická veličina
Hmotnosť m	Indukčnosť L
Viskózne tlmenie b	Odpor R
Tuhosť pružiny k	Kapacita $1/C$
Sila $f(t)$	Zdroj napätia $u(t)$
Rýchlosť $v(t)$	Slučkový prúd $i(t)$

Ďalšie (odvodené) veličiny			
Dráha	$x(t) = \int v(\tau) d\tau$	Náboj	$q(t) = \int i(\tau) d\tau$
Zrýchlenie	$a(t) = dv(t)/dt$	Zmena prúdu	$di(t)/dt$
Energia pohybujúceho sa telesa	$\frac{1}{2} m v^2(t)$	Energia magnetického poľa	$\frac{1}{2} L i^2(t)$
Potenciálna energia pružiny	$= \frac{1}{2} \frac{1}{k} f^2(t)$	Energia elektrického poľa	$\frac{1}{2} C u^2(t)$

Pri aplikácii tejto analógie elektrický obvod nahradíme mechanickým obvodom takto:

- indukčnosti nahradíme hmotnosťami ($L \approx m$) – zdroje kinetickej energie
- odpory nahradíme tlmiacimi členmi ($R \approx b$) – stratové prvky
- kondenzátory nahradíme pružinami ($C \approx 1/k$) – potenciálna energia
- prúdové zdroje sa stanú vstupnou rýchlosťou ($i \approx v$)
- napäťové zdroje zodpovedajú generátorom sily ($u \approx f$)

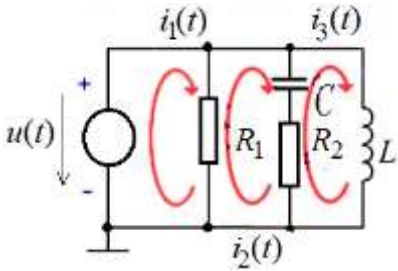
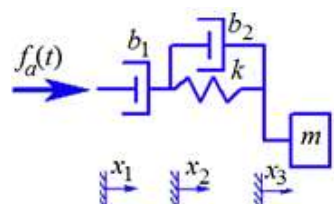
Ďalej platí:

- Prvky mechanického systému, ktoré majú **rovnakú rýchlosť**, sú zapojené do série, čo je ekvivalentné elektrickému systému, kde cez prvky zapojené do série tečie **rovnaký prúd**.
- Každému **uzlu** (hmotnosti) v mechanickom systéme zodpovedá v elektrickom systéme **uzavretá slučka**. Počet slučiek elektrického systému je rovný počtu uzlov mechanického systému.
- Prvky, ktoré sa v mechanickom systéme nachádzajú **medzi dvoma telesami**, sú v elektrickom reprezentované spoločným prvkom **medzi dvoma susediacimi slučkami** elektrického obvodu.

Nedostatkom tejto analógie je, že je jednoduchá iba v prípade, **ak cez indukčnosť tečie iba jeden prúd**.

1.2 Postup pri prehode elektrického obvodu na ekvivalentný mechanický obvod pomocou m-L analógie zostavením rovníc

Postup pri konverzii elektrického systému na ekvivalentný mechanický je prehľadne uvedený v nasledujúcej tabuľke.

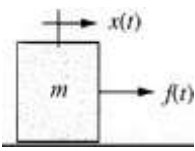
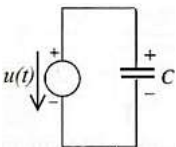
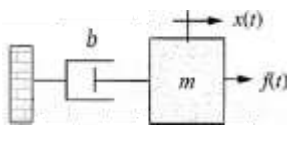
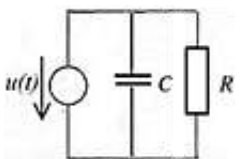
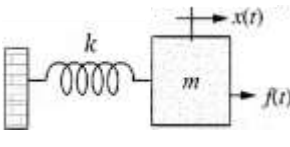
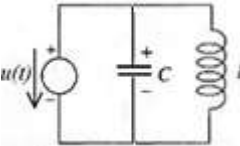
Krok riešenia	Výsledok
1) V elektrickom obvode označíme slučkové prúdy . Zvolíme ich tak, aby cez indukčnosť tiekol iba jeden prúd.	
2) Pre každú slučku napíšeme slučkové rovnice .	$\sum_{\text{slučka 1}} u = 0 = u + (i_2 - i_1) R_1$ $\sum_{\text{slučka 2}} u = 0 = (i_1 - i_2) R_1 + \frac{1}{C} \int (i_3 - i_2) dt + (i_3 - i_2) R_2$ $\sum_{\text{slučka 3}} u = 0 = \frac{1}{C} \int (i_2 - i_3) dt + (i_2 - i_3) R_2 - L \frac{di_3}{dt}$
3) Prepíšeme rovnice pomocou analógie. $u \approx f$ $i \approx v$ $R \approx b$ $L \approx m$ $C \approx 1/k$	$\sum_{x_1} f = 0 = f_a + (v_2 - v_1) b_1$ $\sum_{x_2} f = 0 = (v_1 - v_2) b_1 + k \int (v_3 - v_2) dt + (v_3 - v_2) b_2$ $\sum_{x_3} f = 0 = k \int (v_2 - v_3) dt + (v_2 - v_3) b_2 - m \frac{dv_3}{dt}$ $= k (x_2 - x_3) + (v_2 - v_3) b_2 + m a_3$
4) Nakreslíme mechanický systém, ktorý zodpovedá týmto rovnicam.	

1.3 Paralelná analógia (m-C)

Elektrický/mechanický obvod možno konvertovať tiež na paralelný obvod, čo je druhý prístupom ku elektro-mechanickej analógii. Základné pravidlo paralelnej analógie je vyjadrené v tabuľke. Ide tu o **ekvivalenciu I. Kirchhoffovho zákona v uzle elektrického obvodu s d'Alembertovým zákonom pre mechanický obvod**. Je tu tiež vyjadrená energia elektrostatického poľa v kondenzátore, ktorá je ekvivalentná pohybovej energii pohybujúceho sa telesa (odtiaľ tiež názov m-C analógia).

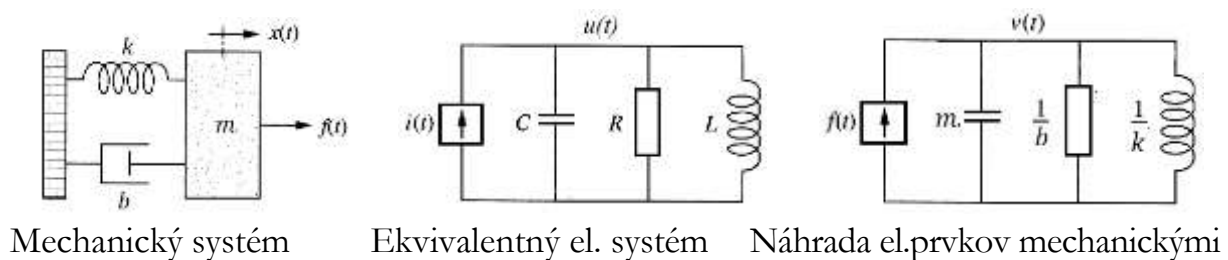
Tabuľka paralelnej (m-C) analógie

Paralelná analógia (prúd-sila, m-C)	
Elektrický obvod	Mechanický obvod
$\sum_{uzol} \text{prúdov} = 0$	$\sum_{teleso} \text{síl} = 0$
$\frac{1}{2}Cu^2$	$\frac{1}{2}mv^2$

Mechanický translačný systém		Paralelný elektrický obvod	
	$f = m \frac{dx^2}{dt^2} = m \frac{dv}{dt}$		$i = C \frac{du}{dt}$
	$f = m \frac{dx^2}{dt^2} + b \frac{dx}{dt}$ $= m \frac{dv}{dt} + bv$		$i = C \frac{du}{dt} + \frac{1}{R}u$
	$f = m \frac{dv}{dt} + k \int v dt$ $x = \int v dt$		$i = C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int u dt$

Príklad

Zostavme **paralelnú analógiu** jednoduchého mechanického obvodu:



$\left(ms + b + \frac{k}{s} \right) X(s) = F(s)$	$\left(sC + \frac{1}{R} + \frac{1}{sL} \right) U(s) = I(s)$
---	--

Suma admitancií v elektrickom obvode zodpovedá mechanickej impedancii mechanického obvodu. Ekvivalentné parametre paralelných obvodov – elektrického a mechanického sú uvedené v tabuľke.

Ekvivalentné veličiny mechanickej a paralelnej elektrickej analógie

Mechanická veličina	Elektrická veličina
hmotnosť m	kapacita C
viskózne tlmenie b	vodivosť $1/R$
pružnosť k	indukčnosť $1/L$
Sila $f(t)$	zdroj prúdu $i(t)$
rýchlosť $v(t)$	uzlové napätie $u(t)$

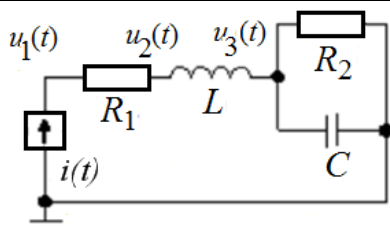
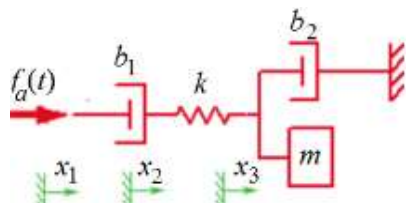
V prípade, ak mechanický systém má viac ako jeden stupeň voľnosti, jednotlivé mechanické prvky viazané pohybom sa v schéme ekvivalentnej schéme elektrického obvodu objavajú ako paralelné elektrické prvky pripojené k uzlu.

Prvky dvoch susedných pohybů sa kreslia ako paralelné elektrické prvky pripojené ku dvom odpovedajúcim uzlom.

Nevýhodou tejto analógie je, že je priamo a jednoducho aplikovateľná na systémy, kde kondenzátor možno uzemniť. Toto vyplýva z analógie medzi energiou kondenzátora a energiou pohybujúceho sa telesa, ako analógie medzi elektrickým uzemnením, ktorého napätie je rovné nule a mechanickým „uzemnením“ (nemenná poloha).

1.4 Postup pri konverzii elektrického obvodu na ekvivalentný mechanický obvod zostavením rovníc

Postup² je prehľadne uvedený v tabuľke. **Kondenzátor je tu uzemnený** (ak by nebol uzemnený, výsledkom je zložitejšie riešenie polohy v mechanickom systéme a riešenie si vyžaduje väčšiu pozornosť).

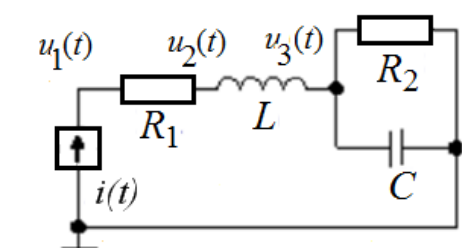
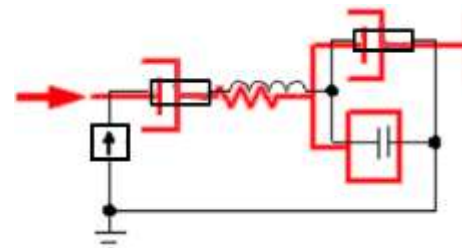
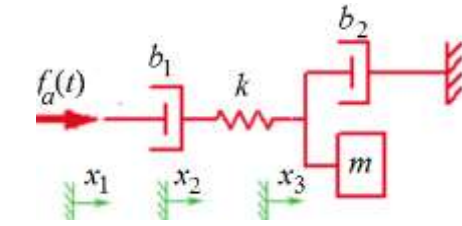
Krok riešenia	Výsledok
1) V elektrickom obvode označíme jednotlivé uzly.	
2) Pre každý uzol napíšeme napäťové rovnice.	$\sum_{\text{uzol 1}} i = 0 = i + \frac{u_2 - u_1}{R_1}$ $\sum_{\text{uzol 2}} i = 0 = \frac{u_1 - u_2}{R_1} + \frac{1}{L} \int (u_3 - u_2) dt$ $\sum_{\text{uzol 3}} i = 0 = \frac{1}{L} \int (u_2 - u_3) dt + \frac{0 - u_3}{R_2} + C \frac{d(0 - u_3)}{dt}$
3) Na základe tabuľky analógie prepíšeme rovnice pomocou analógie, kde každý elektrický uzol bude nahradený polohou. $i \approx f$ $u \approx v$ $R \approx 1/b$ $L \approx 1/k$ $C \approx m$	$\sum_{x_1} f = 0 = f_a + (v_2 - v_1) b_1$ $\sum_{x_2} f = 0 = (v_1 - v_2) b_1 + k \int (v_3 - v_2) dt$ $= (v_1 - v_2) b_1 + k (x_3 - x_2) + (v_3 - v_2) b_2$ $\sum_{x_3} f = 0 = k \int (v_2 - v_3) dt + v_3 b_2 + m \frac{dv_3}{dt}$ $= k (x_2 - x_3) + v_3 b_2 + m a_3$
4) Nakreslíme mechanický systém, ktorý zodpovedá týmto rovniciam.	

² Analogous Electrical and Mechanical Systems, [Analogous Electrical and Mechanical Systems \(swarthmore.edu\)](http://Analogous%20Electrical%20and%20Mechanical%20Systems%20(swarthmore.edu))

1.5 Postup pri konverzii elektrického obvodu na ekvivalentný mechanický obvod pomocou m-C analógie priamo zo schémy obvodu

Iný spôsobom, ako získať schému mechanického obvodu priamo zo schémy elektrického obvodu, spočíva v priamom nahradení (prekreslení) elektrických prvkov ich mechanickými ekvivalentmi. Postup je prehľadne vysvetlený v nasledujúcej tabuľke. Pri porovnaní výsledkov uvedeným v predchádzajúcej tabuľke zistíme, že obe riešenia dávajú rovnaké výsledky.

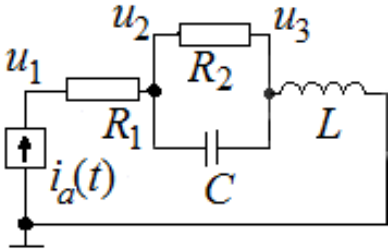
a) Postup pri priamom prepise v prípade uzemneného kondenzátora

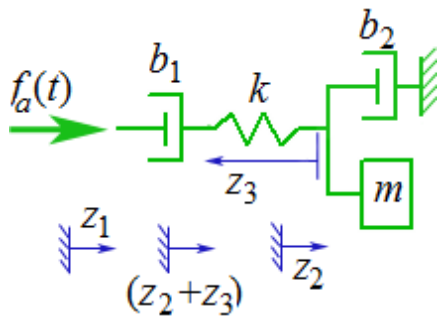
Krok riešenia	Výsledok
1) V elektrickom obvode označíme jednotlivé uzly.	
2) Každý prvok elektrického obvodu obodom nahradíme jeho mechanickým ekvivalentom: prúdové zdroje zdrojmi síl, napäťové zdroje zdrojmi rýchlosti, odpory tlmičmi, indukčnosti pružinou a kondenzátory (ktoré musia byť uzemnené) hmotnosťami. Každý uzol zodpovedá určitej polohe (alebo rýchlosti).	
3) Označíme prúdy, polohy a prvky mechanického obvodu tak, ako boli uvedené v pôvodnom elektrickom obvode.	

V uvedenom obvode bol kondenzátor uzemnený. V tomto prípade polohu telesa možno zvoliť ako absolútna poloha (v pomere ku zvolenému súradnicovému systému).

Ak kondenzátor nie je uzemnený, potom musíme zaviesť relatívne polohy a riešenie je zložitejšie. V nasledujúcom príklade riešime obvod s tou istou štruktúrou ako v predchádzajúcom príklade, ale v elektrickom obvode zameníme dve vetvy. V podstate je to rovnaký obvod, ale cez indukčnosť tečú dva vetvové prúdy.

b) Postup pri priamom prepise v prípade neuzemneného kondenzátora

Krok riešenia	Výsledok
1) V elektrickom obvode označíme jednotlivé uzly.	
2) Pre každý uzol napíšeme napät'ové rovnice.	$\sum_{uzol\ 1} i = 0 = i_a + \frac{u_2 - u_1}{R_1}$ $\sum_{uzol\ 2} i = 0 = \frac{u_1 - u_2}{R_1} + C \frac{d(u_3 - u_2)}{dt} + \frac{u_3 - u_2}{R_2}$ $\sum_{uzol\ 3} i = 0 = C \frac{d(u_2 - u_3)}{dt} + \frac{u_2 - u_3}{R_2} + \frac{1}{L} \int u_3 dt$
3) Na základe tabuľky analógie prepíšeme rovnice, pričom každý elektrický uzol bude nahradený polohou.	$\sum_{x_1} f = 0 = f_a + (v_2 - v_1) b_1$ $\sum_{x_2} f = 0 = (v_1 - v_2) b_1 + m \frac{d(v_3 - v_2)}{dt} + (v_3 - v_2) b_2 =$ $= (v_1 - v_2) b_1 + m (a_3 - a_2) + (x_3 - x_2) b_2$ $\sum_{x_3} f = 0 = m \frac{d(v_2 - v_3)}{dt} + (v_2 - v_3) b_2 - m \int v_3 dt$ $= m (a_2 - a_3) + (v_2 - v_3) b_2 + k x_3$
4) Táto sústava rovníc predstavuje problém, keďže zrýchlenie telesa o hmotnosti m nie je pevné vzhľadom ku súradnicovému systému, ale je pomerné. 5) Môžeme to obísť zadefinovaním novej sústavy polôh.	$z_1 = x_1, \quad \dot{z}_1 = v_1, \quad \ddot{z}_1 = a_1$ $z_2 = x_2 - x_3, \quad \dot{z}_2 = v_2 - v_3, \quad \ddot{z}_2 = a_2 - a_3$ $z_3 = x_3, \quad \dot{z}_3 = v_3, \quad \ddot{z}_3 = a_3$

6) Použijúc tieto nové premenné v ďalšom prepíšeme pohybové rovnice	$\sum_{z_1} f = 0 = f_a + [(\dot{z}_2 + \dot{z}_3) - \dot{z}_1] b_1$ $\sum_{z_2} f = 0 = [z_1 - (\dot{z}_2 + \dot{z}_3)] b_1 - m\ddot{z}_2 - b_2\dot{z}_2$ $\sum_{z_3} f = 0 = m\ddot{z}_2 + b_2\dot{z}_2 - cz_3$
7) Nakreslíme mechanický systém, ktorý zodpovedá týmto rovniciam, kde však: $x_2 = z_2 + z_3$, $z_2 + z_3 - z_1 = x_2 - x_1$. Poloha z_3 zodpovedá predĺženiu pružiny. Poloha na ľavej strane pružiny a koeficient tlmenia b_2 je známy iba vzhľadom ku polohe z_2 vo vzdialenosti od telesa s hmotnosťou m .	

Vidíme, že štruktúra výsledného systému je taká istá, ako v predchádzajúcom prípade (v inom súradnicovom systéme, ktorý bol zostavený pre prípad, že cez indukčnosť tečie iba jeden prúd).

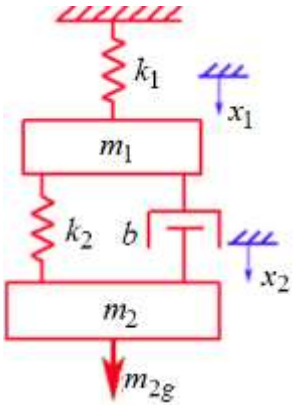
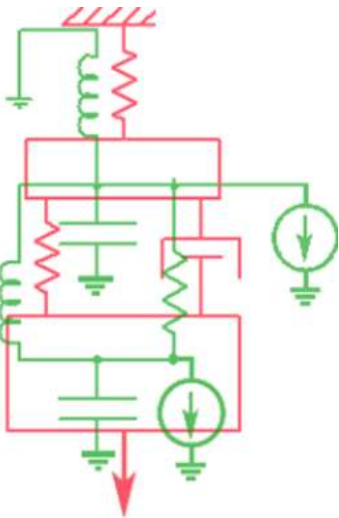
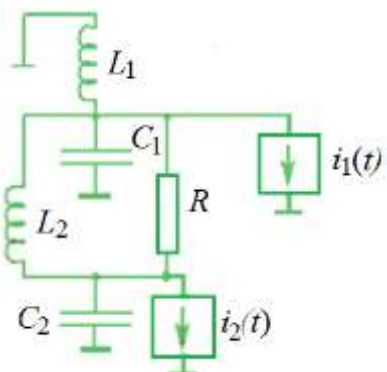
1.6 Postup pri konverzii mechanického obvodu (m-C) na ekvivalentný elektrický obvod

Tento postup, prehľadne uvedený v nasledujúcej tabuľke je opačným ku práve popísanému riešeniu: buď to riešime matematicky, alebo graficky, nahradením ekvivalentných prvkov obvodu presne v opačnom poradí, ako tou bolo pri prepise elektrického obvodu na mechanický:

- zdroje sily nahradíme prúdovými zdrojmi, $i \approx f$
- trecie elementy nahradíme odpormi $b \approx 1/R$
- pružiny nahradíme cievkami $1/k \approx L$
- hmotnosti nahradíme kondenzátormi $C \approx m$
(ktoré musia byť uzemnené!).

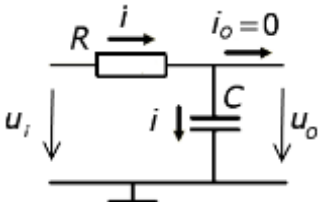
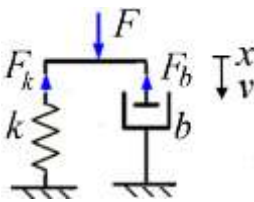
Každá poloha sa stáva uzlom obvodu.

Postup pri zostavení schémy elektrického obvodu ekvivalentného ku mechanickému obvodu.

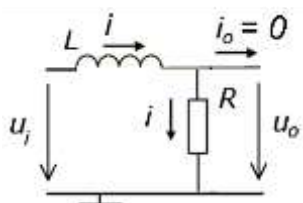
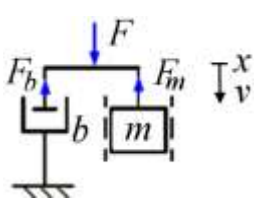
Krok riešenia	Výsledok
1) V mechanickom systéme vyznačíme jednotlivé polohy.	
2) Cez mechanický obvod nakreslíme elektrický tak, že mechanické prvky nahradíme ich elektrickými ekvivalentmi: • zdroje sily $\leftrightarrow$ zdroje prúdu, • vstupné rýchlosti $\leftrightarrow$ napät'ovými zdrojmi, • trecie prvky $\leftrightarrow$ odpormi, • pružiny $\leftrightarrow$ indukčnosťami, • telesá $\leftrightarrow$ kondenzátormi (.t.j. hmotnosti kapacitami), ktoré musia byť uzemnené).	
3) Nakoniec označíme uzly a elektrického systému takými indexmi, ako majú odpovedajúce prvky pôvodného mechanického systému.	

2. Prenosy ekvivaletných elektro-mechanických obvodov

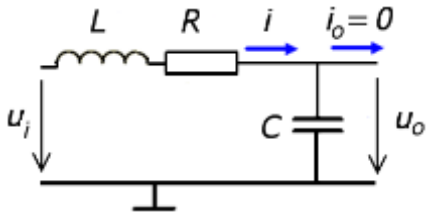
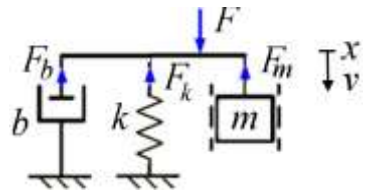
Príklad 1:

Elektrický obvod – RC filter	Mechanický obvod – tlmič a pružina
	
$u_i = u_R + u_C = Ri + u_o$	$F = F_b + F_k = bv + F_k$
$u_o = \frac{1}{C} \int i dt \Rightarrow i = C \frac{du_o}{dt}$	$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \frac{F_k}{k}$
$u_i = RC \frac{du_o}{dt} + u_o$	$F = \frac{b}{k} \frac{dF_k}{dt} + F_k$
$F(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{1 + sRC}; \quad T = RC$	$G(s) = \frac{F_k(s)}{F(s)} = \frac{1}{1 + sb/k}; \quad T = \frac{b}{k}$
$R \sim b; \quad C \sim \frac{1}{k}$	

Príklad 2:

Elektrický obvod – RL filter	Mechanický obvod – tlmič a hmota
	
$u_i = u_L + u_R$	$F = F_m + F_b$
$u_i = L \frac{di}{dt} + Ri$	$F = m \frac{dv}{dt} + bv$
$F_I(s) = \frac{I(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{R + sL} = \frac{1/R}{1 + s \frac{L}{R}}$	$F_v(s) = \frac{v(s)}{F(s)} = \frac{1}{b + sm} = \frac{1/b}{1 + s \frac{m}{b}}$
$Ri = u_o \Rightarrow i = \frac{u_o}{R}$	$F_b = bv \Rightarrow v = \frac{F_b}{b}$
$u_i = \frac{L}{R} \frac{du_o}{dt} + u_o$	$F = \frac{m}{b} \frac{dF_b}{dt} + F_b$
$F(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{1 + sL/R}; \quad T = \frac{L}{R}$	$G(s) = \frac{F_b(s)}{F(s)} = \frac{1}{1 + sm/b}; \quad T = \frac{m}{b}$
$L \sim m; \quad R \sim b;$	

Príklad 3:

Elektrický obvod – RLC filter	Mech. obvod – tlmič, pružina, hmota
	
$u_i = u_L + u_R + u_C = 0$	$F = F_m + F_b + F_k = 0$
$u_i = L \frac{di}{dt} + Ri + u_o;$ $u_o = \frac{1}{C} \int i dt \Rightarrow i = C \frac{du_o}{dt}$	$F = m \frac{dv}{dt} + bv + F_k;$ $F_k = k \int v dt \Rightarrow v = \frac{1}{k} \frac{dF_k}{dt}$
$u_i = L \frac{d}{dt} \left(C \frac{du_o}{dt} \right) + RC \frac{du_o}{dt} + u_o$	$F = m \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{k} \frac{dF_k}{dt} \right) + \frac{b}{k} \frac{dF_k}{dt} + F_k$
$u_i = LC \frac{d^2 u_o}{dt^2} + RC \frac{du_o}{dt} + u_o$	$F = \frac{m}{k} \frac{d^2 F_k}{dt^2} + \frac{b}{k} \frac{dF_k}{dt} + F_k$
$F(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} =$ $= \frac{K}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2d}{\omega_0} s + 1}$	$G(s) = \frac{F_k(s)}{F(s)} = \frac{1}{\frac{m}{k} s^2 + \frac{b}{k} s + 1} =$ $= \frac{K}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2d}{\omega_0} s + 1}$
$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}};$ $d = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}};$ $K = 1$	$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}};$ $d = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{1}{km}};$ $K = 1$

Niektoré zdroje (vzory pre príklady)

- [1] #144 problem to convert electrical system to Mechanical system analogy | | EC Academy, <https://www.youtube.com/watch?v=3aJfwJcLCJQ>
- [2] Modeling Engineered Systems - 22 Mechanical and Electrical Analogies, <https://www.youtube.com/watch?v=vqI791VCjjA>
- [3] How to draw equivalent mechanical system in control engineering | (#hindi) | gtu learning <https://www.youtube.com/watch?v=ihf5WbZ1Zs0>
- [4] Section 2.2: Electro-mechanical analogies - Introduction (learn-electroacoustics.fr)

http://learn-electroacoustics.fr/cours/Grain2.2en/co/module_M2G2_ANGL.html

- [5] Mechanical and circuit analogs,
<https://www.youtube.com/watch?v=v3rlz1Ke15g>
- [6] Analogous Systems - Force Voltage and Force Current Analogy - Problem 2 - Mathematical Modelling,
<https://www.youtube.com/watch?v=dREQbnaaZpI>
- [7] Analogous Systems - Force Voltage and Force Current Analogy - Problem 2
<https://www.youtube.com/watch?v=jgCfYudsIFY>
- [8] Example of Force Voltage Analogy in Control Engineering by Engineering Funda, Control Theory, <https://www.youtube.com/watch?v=IDQYcrb0e3s>